

Lekcja 5

Filtracja sygnału

Cel

- Przedstawienie podstawowych pojęć związanych z filtracją sygnałów.

Efekty kształcenia

- Uczeń zna podstawowe rodzaje filtracji: dolnoprzepustową, górnoprzepustową oraz pasmową.
- Uczeń potrafi opisać efekty filtracji w dziedzinie częstotliwości.
- Uczeń potrafi wskazać najważniejsze korzyści z filtracji sygnałów w telekomunikacji.

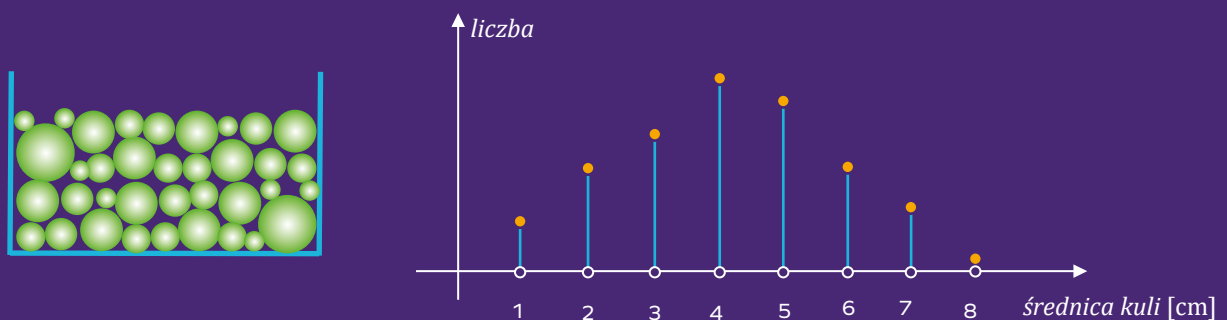


1. Filtracja – model pogładowy

Z pojęciem **filtracji** (lub filtrowania) większość z nas miała okazję spotkać się w życiu codziennym. W wielu domach można spotkać się z filtrem do wody, którego celem jest oczyszczenie wody wodociągowej z ewentualnych zanieczyszczeń. Filtracja zawsze polega na tym, że pewne składniki zostają zatrzymane w urządzeniu filtrującym, czyli **filtrze**, zaś pozostałe zostają przepuszczone. Najbardziej pogładowym przykładem filtru jest sito – powierzchnia z otworami (oczkami) o określonej średnicy, która pozwala na przejście obiektom o średnicy mniejszej niż średnica otworu, zaś pozostałe zatrzymuje. Z pojęciem filtracji spotykamy się także w analizie sygnałów, ale zanim do tego przejdziemy przyjrzyjmy się najpierw filtracji i temu, do czego się przydaje, na pogładowym przykładzie sita.

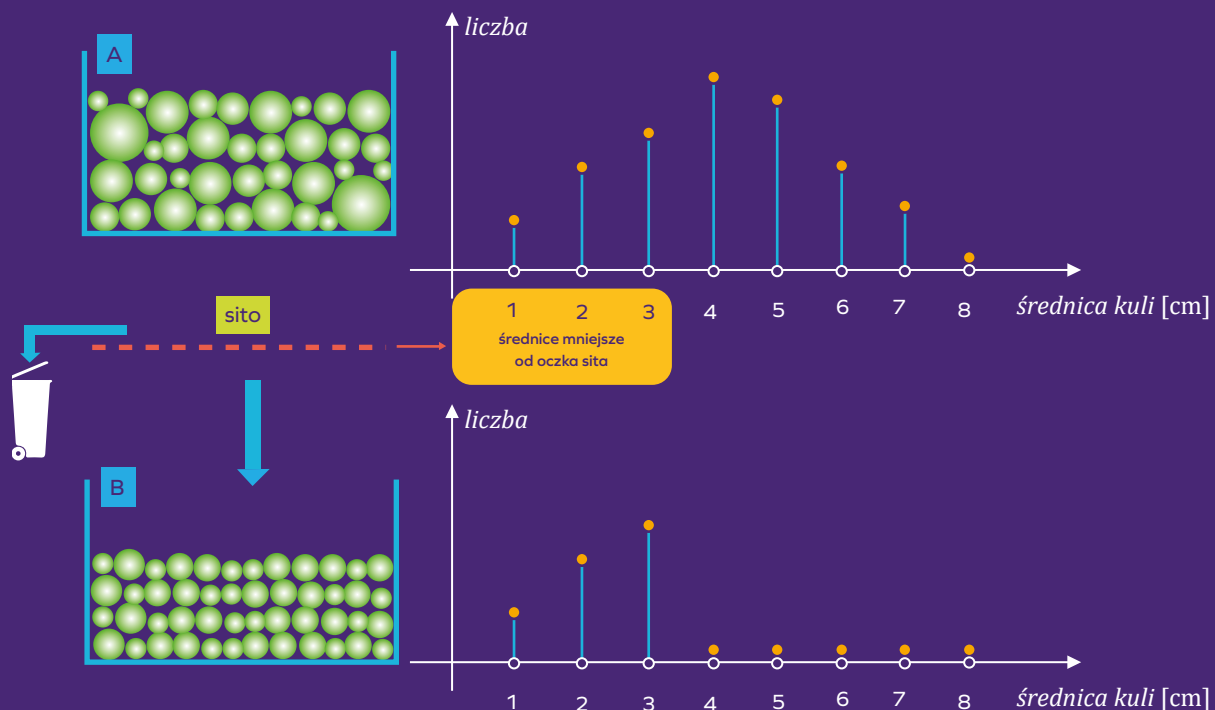
Załóżmy, że posiadamy pojemnik z bardzo dużą liczbą kul o różnych średnicach. Kule w pojemniku są losowo wymieszane, trudno byłoby nam zatem łatwo odnaleźć określone rozmiary kul przez grzebanie w pojemniku i wybieranie kul na chybił trafił. Wiemy natomiast, ile jest kul o poszczególnych średnicach i możemy informację tę przedstawić na wykresie jak na Rys. 1 (wykres ten nieprzypadkowo przypomina widmo sygnału). Widzimy, że najwięcej jest kul o średnicy 4 cm (najwyższy słupek), pozostałych jest mniej i to tym bardziej, im większa jest różnica pomiędzy daną średnicą a wartością 4 cm.

Gdybyśmy teraz chcieli wybrać z pojemnika tylko kule o średnicach mniejszych lub równych 3 cm, nie musielibyśmy na szczęście wybierać kul pojedynczo i dokonywać żmudnych pomiarów. Użyjemy sita o oczkach, których średnica równa jest 3 cm (Rys. 2). Po wysypaniu zawartości pojemnika *A* na sito, interesujące nas kule przejdą do pojemnika *B* umieszczonego pod sitem. Te, które pozostały na sicie, możemy odrzucić.

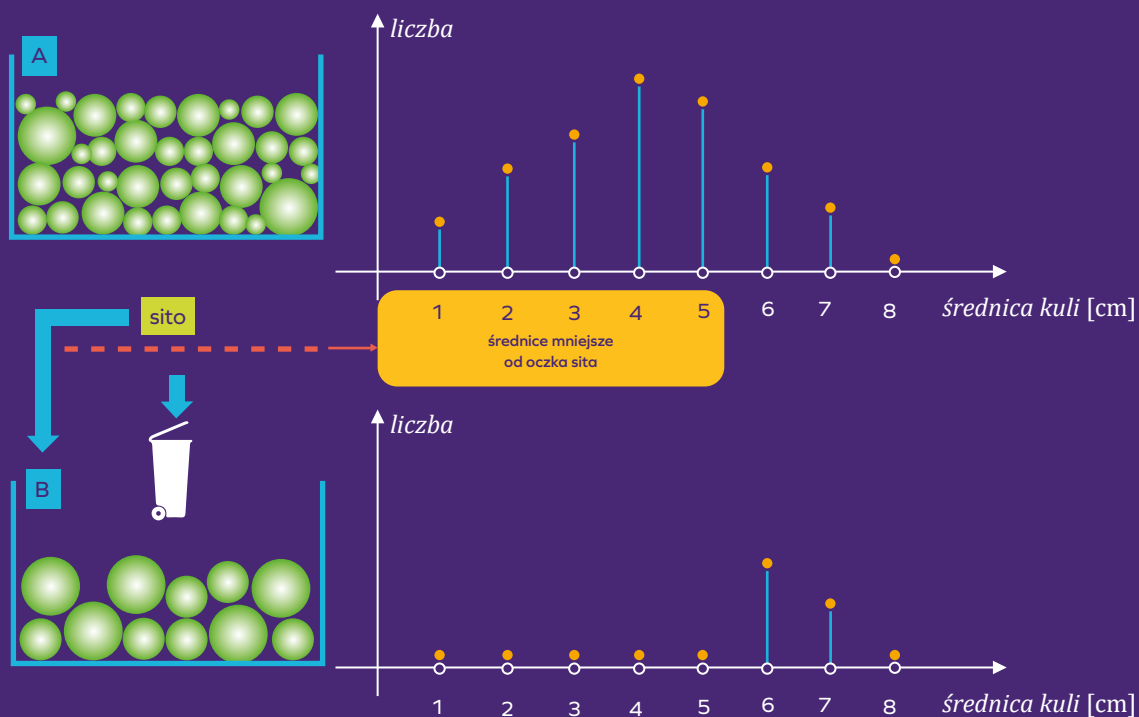


Rys. 1. Zbiór kul o różnych średnicach. Rozkład po prawej stronie pokazuje liczbę kul o danej średnicy.

Jaki będzie rozkład średnic kul w zbiorniku *B* po wykonaniu tej operacji? Oczywiście, będą w nim występować tylko kule o średnicach 1, 2 i 3 cm.



Rys. 2. Wykorzystanie sita do wyboru kul o średnicach 1–3 cm.



Rys. 3. Wykorzystanie sita o większych oczkach do wyboru kul o średnicach 6–8 cm.

A gdybyśmy chcieli wybrać z pojemnika tylko kule o średnicach większych lub równych 6 cm? Wtedy powinniśmy wykorzystać sito o oczkach o średnicy 5 cm. Tym razem sito przepuści kule o średnicach równych i mniejszych niż 5 cm, które odrzucamy, natomiast to, co pozostało na sicie, zbieramy do pojemnika B . Rozkład średnic kul w pojemniku B po filtracji przedstawiono na Rys. 3.

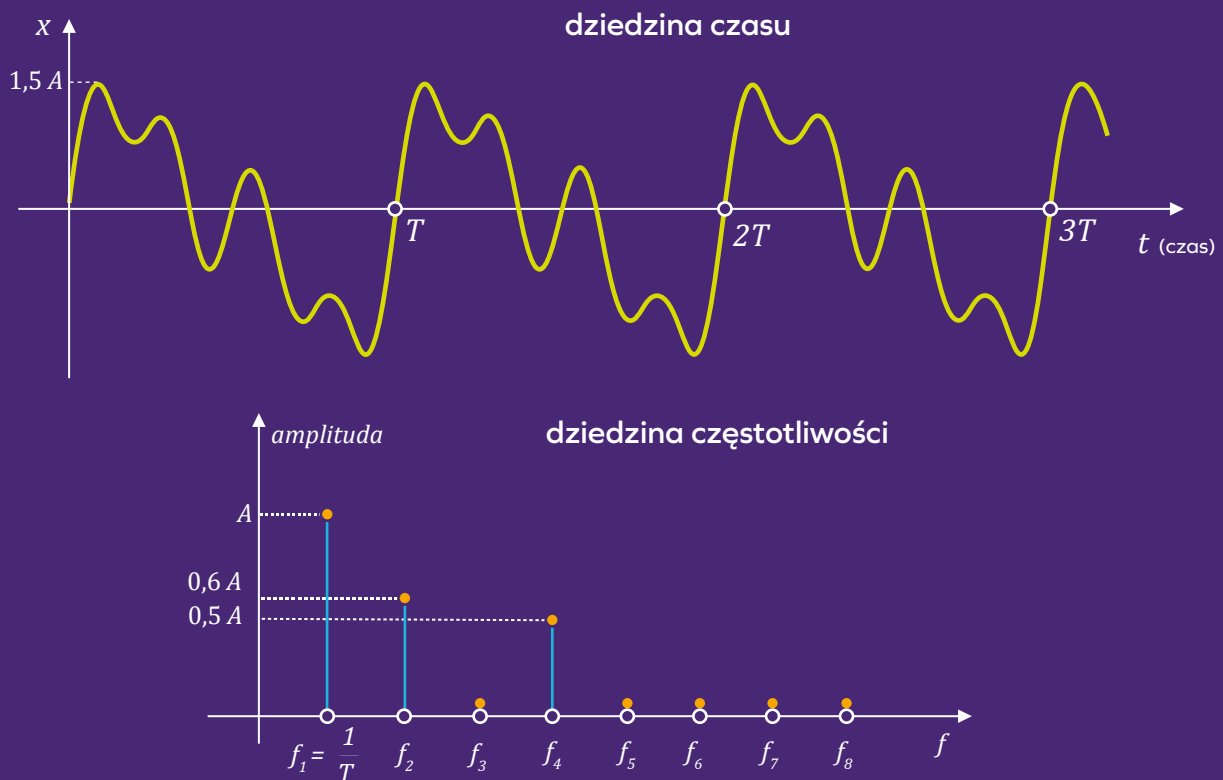


Ćwiczenie. Zaproponuj sposób wykorzystania sit – możesz dowolnie dobrać ich liczbę oraz rozmiar oczek – do wyselekcjonowania kul o średnicach 4–5 cm.

2. Koncepcja filtracji sygnału

Operacja filtracji jest na tyle ogólna, że może być użyta również w kontekście przetwarzania sygnałów.

Przypomnijmy sobie jeden z sygnałów analizowanych w Lekcji 4 – jego obraz w dziedzinie czasu i częstotliwości (widmo) przedstawiono na Rys. 4. Podstawową funkcją filtracji sygnału jest wybór określonych składowych z widma tego sygnału oraz wytłumienie pozostałych.

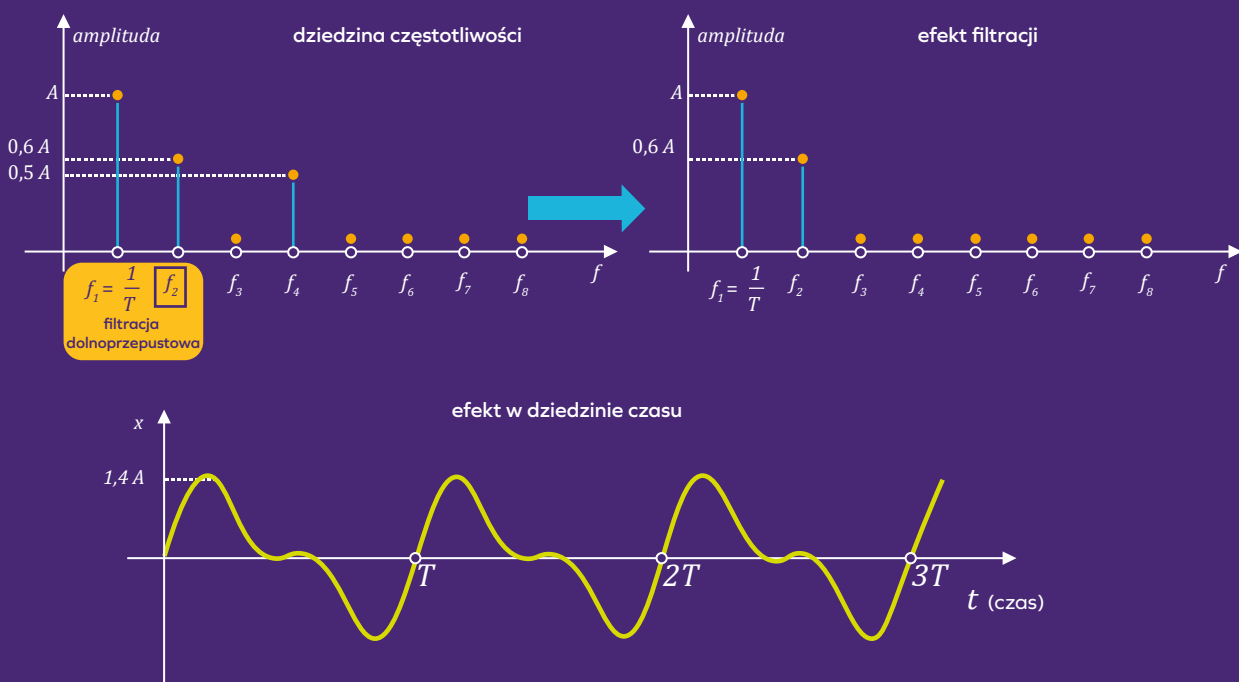


Rys. 4. Przykładowy sygnał przedstawiony w dziedzinie czasu oraz częstotliwości.

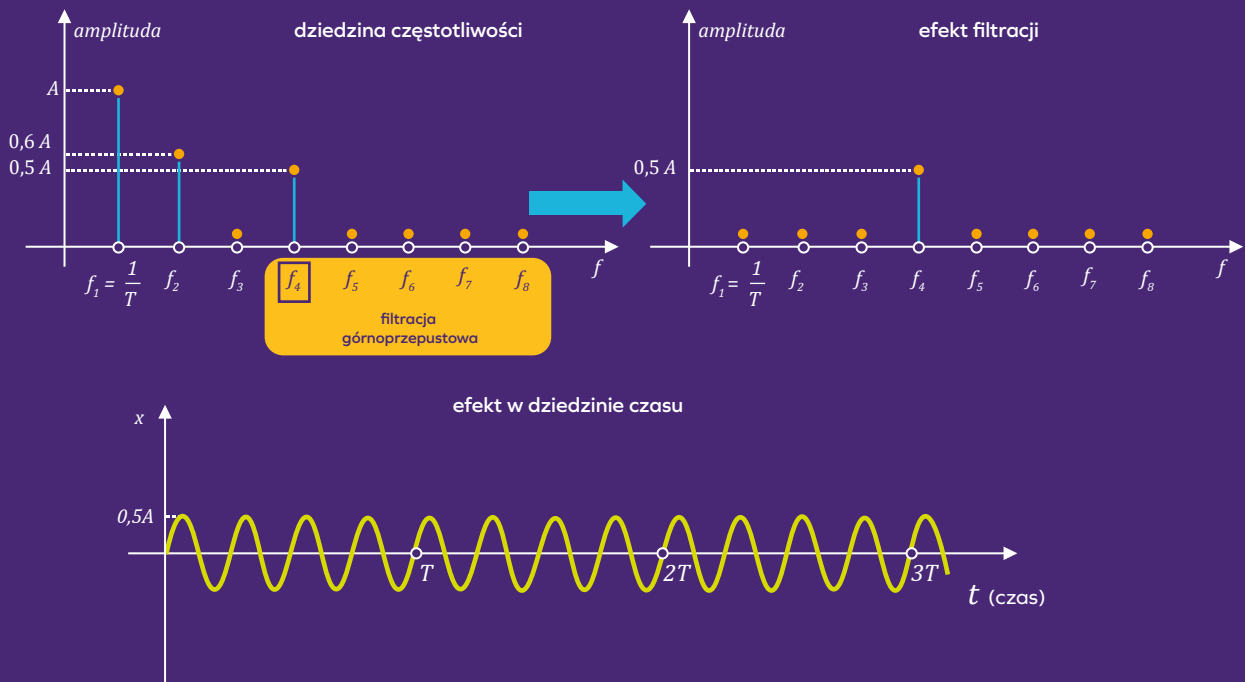
Filtry używane w przetwarzaniu sygnałów można podzielić na trzy podstawowe grupy:

- **Dolnoprzepustowe** – przepuszczają harmoniczne sygnału *poniżej* pewnej, wybranej częstotliwości granicznej.
- **Górnoprzepustowe** – przepuszczają harmoniczne sygnału *powyżej* pewnej, wybranej częstotliwości granicznej.
- **Pasmowe** (lub środkowoprzepustowe) – przepuszczają harmoniczne sygnału *pomiędzy* pewnymi, wybranymi częstotliwościami granicznymi. W szczególności filtr pasmowy może wydzielić jedną, określoną harmoniczną sygnału.

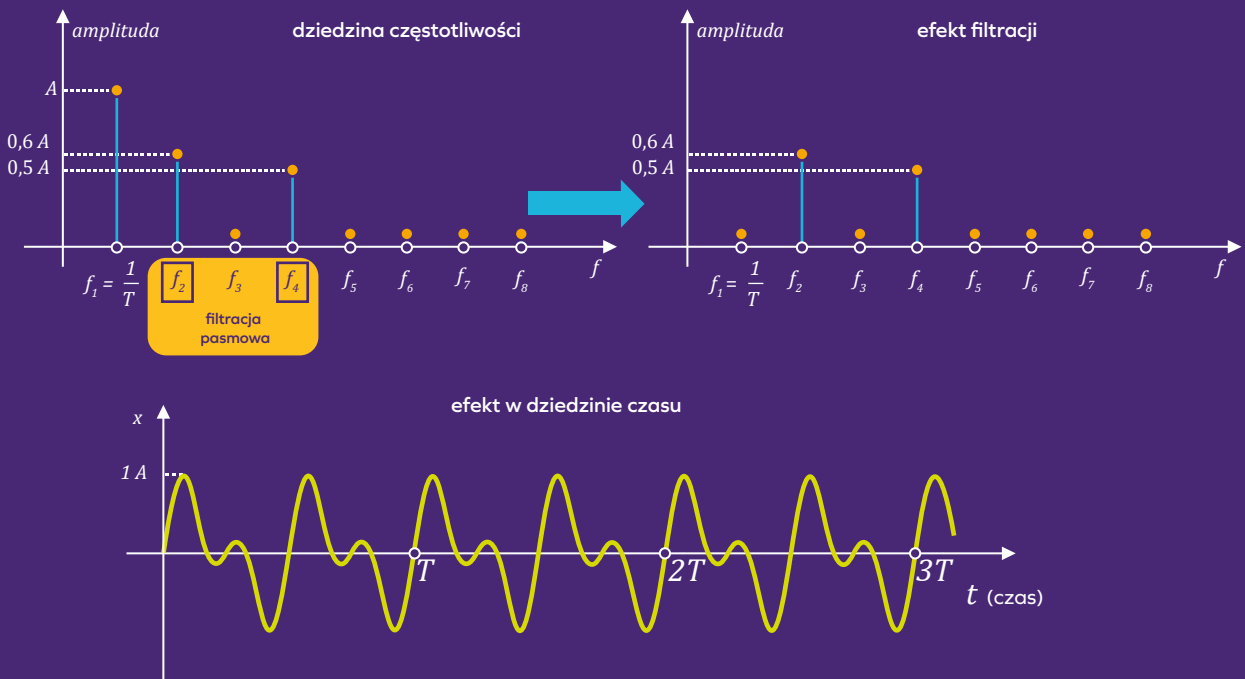
Efekt działania różnych filtrów na sygnał z Rys. 4 zademonstrowano na Rys. 5, Rys. 6 i Rys. 7 (zachowano oznaczenie T jako okresu oryginalnego sygnału).



Rys. 5. Przykład działania filtracji dolnoprzepustowej. Częstotliwość graniczna – f_2 .



Rys. 6. Przykład działania filtracji górnoprzepustowej. Częstotliwość graniczna – f_4 .



Rys. 7. Przykład działania filtracji pasmowej. Częstotliwości graniczne – f_2 i f_4 .

Omówmy krótko efekty działania filtrów. Filtr dolnoprzepustowy z częstotliwością graniczną f_2 przepuszcza bez zmian harmoniczne f_1 i f_2 (przyjmujemy, że częstotliwość graniczna jest przepuszczana przez każdy typ filtru), zaś wszystkie pozostałe harmoniczne zostają wytłumione do poziomu zerowego (los ten spotyka harmoniczną f_4). Obraz sygnału w dziedzinie czasu możemy zobaczyć u dołu Rys. 5. Zauważmy, że filtr, dzięki wytłumieniu harmonicznej szybkozmiennej, spowodował „wygładzenie” sygnału. Jest to typowy wynik przetwarzania sygnału filtrem dolnoprzepustowym.

Filtr górnoprzepustowy ma działanie niejako odwrotne. Wytłumieniu ulegają wolnozmiennie składowe sygnału. W przypadku filtru na Rys. 6, zachowana zostaje jedynie harmoniczna f_4 . Filtr ten powoduje zatem wydzielenie pojedynczej harmonicznej sygnału, ale tylko dlatego, że wszystkie kolejne po prostu w tym sygnale nie występują.

Filtr pasmowy z częstotliwościami granicznymi f_2 i f_4 pokazano na Rys. 7. Powoduje on wytłumienie pierwszej harmonicznej sygnału, ponieważ jednak harmoniczne powyżej f_4 mają amplitudę zerową, w tym obszarze filtr nie daje żadnego efektu.

3. Jak działają filtry sygnału

Większość filtrów sygnałów stosowanych w praktyce jest realizowana jako odpowiednio skonstruowany układ elektroniczny. W przypadku filtrów elektronicznych niezbędne oczywiście jest wcześniejsze przetworzenie sygnału do postaci elektrycznej. Elementy takie jak cewki lub kondensatory zmieniają swoje właściwości w obwodzie elektrycznym w zależności od częstotliwości zmian napięcia i dzięki temu możemy przetworzyć sygnał elektryczny w pożądaną przez nas sposób np. wytłumić w nim harmoniczne powyżej pewnej wartości granicznej.

Wiele układów filtrujących, w szczególności filtrów pasmowych, bazuje na zjawisku rezonansu. Załóżmy, że pewien układ fizyczny może podlegać drganiom – np. wahadło. Układy takie mają zazwyczaj jedną częstotliwość, z którą drgają, jeśli je wypchnąć z równowagi i pozostawić samym sobie – jest to tzw. **częstotliwość drgań własnych**. Np. popchnięta raz huśtawka (lub dowolne wahadło) zacznie poruszać się ruchem okresowym z częstotliwością zależną od jej długości.

Jeżeli chcemy pobudzić huśtawkę do drgań o dużej amplitudzie, powinniśmy na nią działać siłą okresową, którą nazywamy **wymuszeniem** (Rys. 8). O jakiej częstotliwości? Jeżeli częstotliwość będzie za duża lub zbyt mała, przy pewnych wychyleniach huśtawki wymuszenie może być skierowane przeciwnie do jej ruchu, a tym samym może wywierać efekt hamujący, a nie przyspieszający. Optymalną częstotliwością wymuszenia jest częstotliwość **równa** częstotliwości drgań własnych, co raczej nie powinno być zaskoczeniem. Mówimy wtedy o zjawisku **rezonansu** – wymuszenie przyspiesza układ drgający dokładnie we właściwym do tego momencie, a drgania z czasem uzyskują maksymalną amplitudę.

Filtr zbudowany jako układ drgający z określoną częstotliwością drgań własnych, wykaże maksymalną reakcję wtedy, gdy częstotliwość sygnału zapewni zajście rezonansu. Pozwala to na wydzielenie dokładnie tych harmonicznych, które nas interesują.



Rys. 8. Z jaką częstotliwością najlepiej popychać huśtawkę?

Przykładem filtru fali akustycznej może być zwykła ściana. Zapewne nieraz słyszeliśmy głośnie rozmowę odbywającą się w sąsiednim pokoju. Jest ona nie tylko cichsza, co wiąże się z ogólnym zmniejszeniem amplitudy sygnału, ale brzmi zupełnie inaczej, niż gdybyśmy jej słuchali bezpośrednio. Z czego to wynika? Fala akustyczna, zawierająca bardzo wiele harmoniczných, po dotarciu do ściany pobudza ją do drgań. Materiał ściany ma zwykle dość ograniczone możliwości drgania z dużymi częstotliwościami. Amplitudy wysokich harmoniczných zostają zatem w znacznej mierze wytłumione po przejściu przez ścianę. Z tego powodu zupełnie inaczej odbieramy brzmienie głosu danej osoby.



Pytanie. Jakiego rodzaju filtrem jest w tym przypadku ściana?

Warto dodać, że filtry, szczególnie filtry sygnałów, zazwyczaj nigdy nie są doskonałe. Harmoniczne, które powinny być wytłumione w pełni, wprawdzie znacznie osłabione, ale mogą przedrzeć się przez filtr. Dotyczy to filtrów każdego rodzaju – dolnoprzepustowych, pasmowych i górnoprzepustowych.

4. Zastosowania filtracji sygnału

Jak już wcześniej wspomnieliśmy, zastosowań filtrów sygnałów jest mnóstwo. Tutaj skupimy się na dwóch – wydzieleniu sygnału o określonej częstotliwości (za pomocą filtru pasmowego) oraz eliminowaniu szumu (za pomocą filtru dolnoprzepustowego).

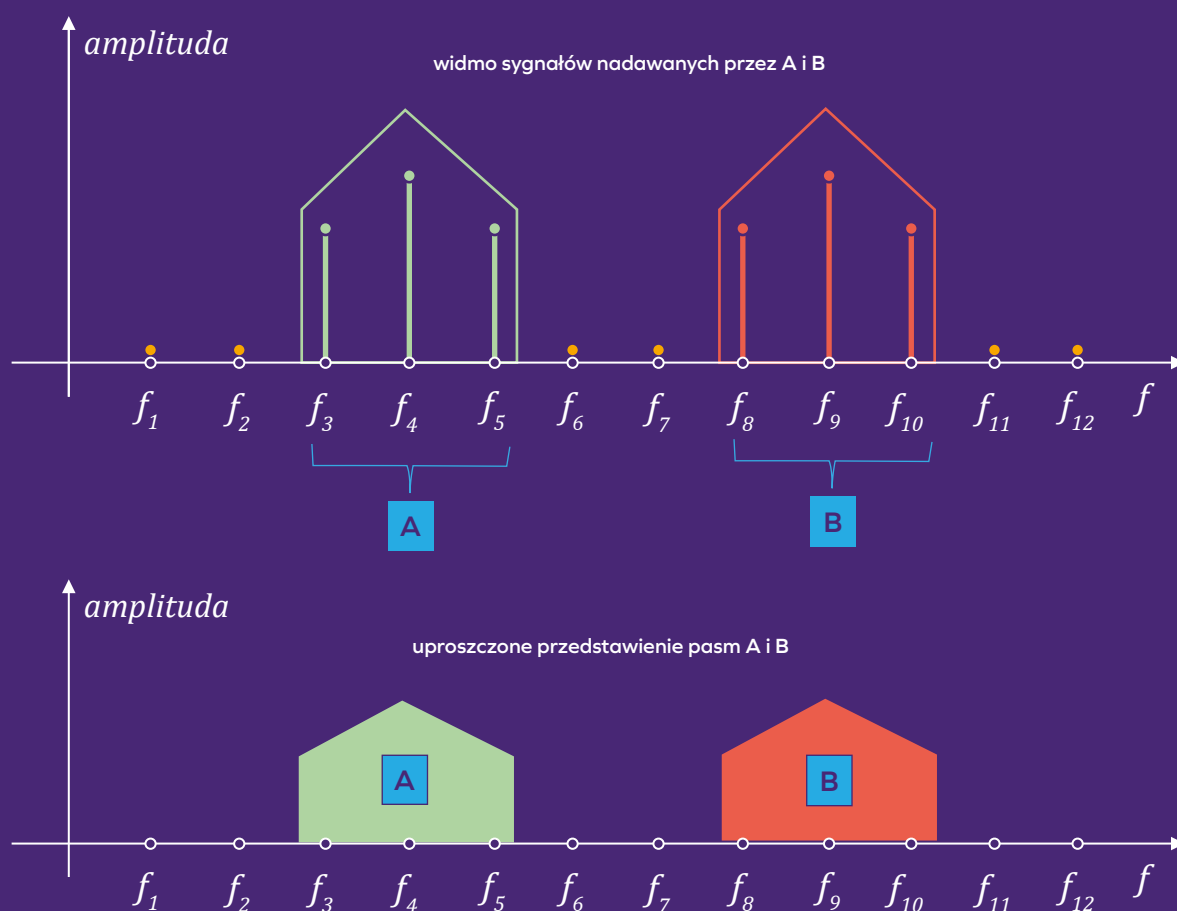
W Lekcji 2 wskazaliśmy pole elektromagnetyczne (EM) jako nośnik informacji. Ponieważ pole EM wypełnia całą przestrzeń, możemy zapytać, jak może korzystać z niej wielu użytkowników naraz. Jeżeli jeden z nich nadaje sygnał emitowany w przestrzeń wokół anteny, czy nie dojdzie do zakłóceń, gdy inny użytkownik będzie chciał skorzystać ze swojej anteny i emisji swojego sygnału? Nie musi tak być, jeżeli użytkownicy umówią się co do tzw. **podziału częstotliwości**.

Załóżmy dla uproszczenia, że podział musimy zrealizować dla tylko dwóch użytkowników – A i B , których będziemy także nazywać nadawcami. Mogą się oni umówić, że sygnał nadawcy A zawiera tylko harmoniczných od f_3 do f_5 , zaś sygnał nadawcy B – tylko harmoniczných od f_8 do f_{10} (włącznie). Jeżeli będą oni nadawać równocześnie, widmo sygnału odbierane przez pewną antenę odbiorczą może wyglądać tak, jak na Rys. 9

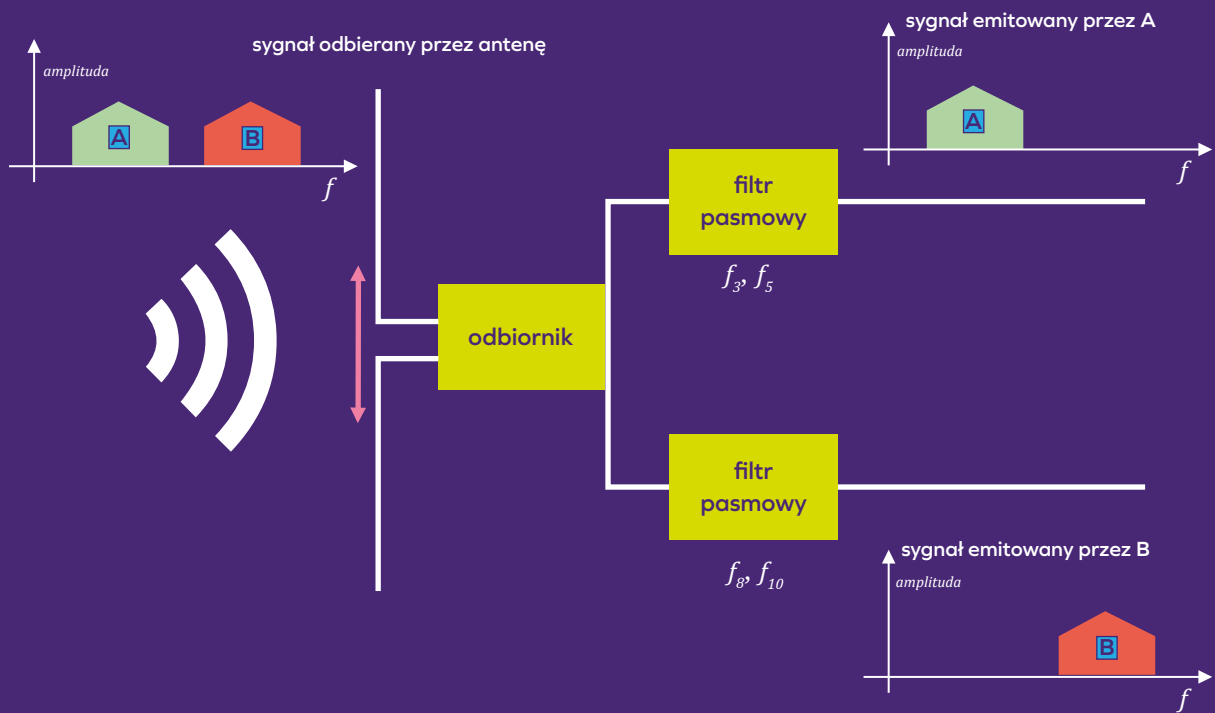
(u góry). Dla wygody widma tego rodzaju możemy przedstawiać w sposób uproszczony jak na Rys. 9 u dołu – podkreślamy wtedy, do kogo należy konkretny zakres częstotliwości – czyli pasmo – bez szczegółowego określania wartości amplitud poszczególnych harmonicznych, które przecież mogą też zmieniać się w czasie w zależności od zawartości informacyjnej przesyłanego sygnału.

Czy odbiorca może jakoś wyselekcjonować sygnał od poszczególnych nadawców? Tak – wystarczy, że użyje filtru pasmowego o odpowiednich częstotliwościach granicznych (patrz Rys. 10).

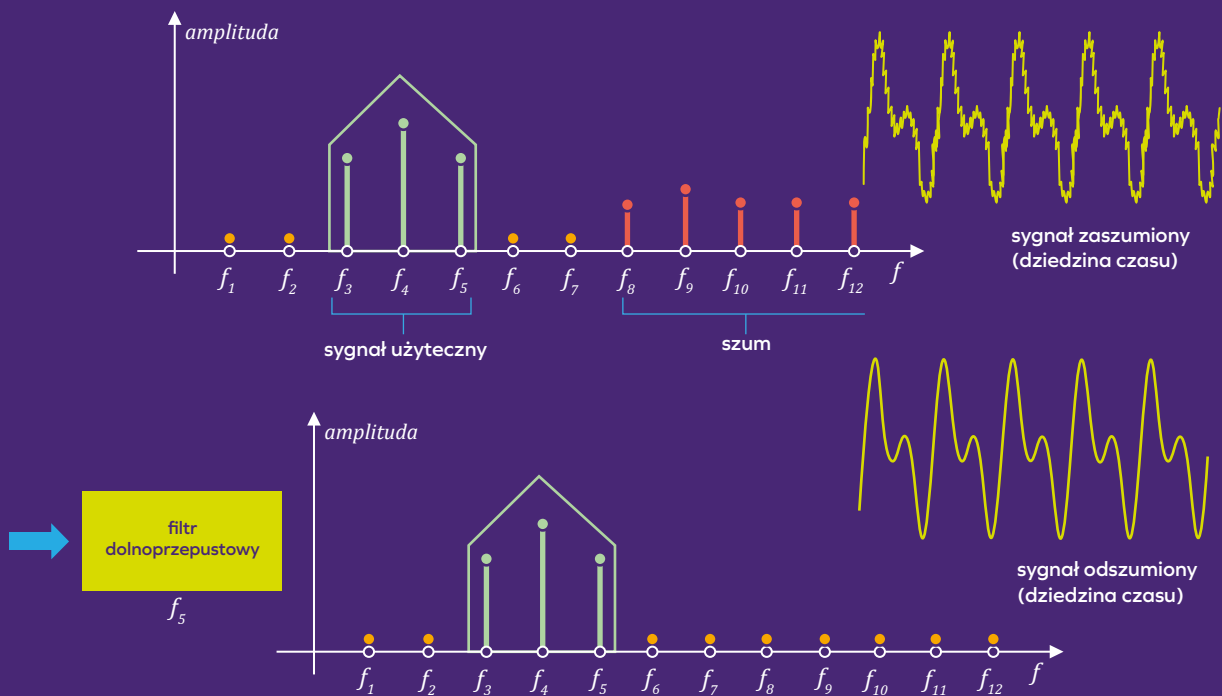
Jak wspomnieliśmy w Lekcji 1, jedną z wad sygnału analogowego jest duża wrażliwość na zakłócenia (szumy). Jednak jeżeli znamy zakres częstotliwości interesującego nas sygnału i wiemy, że zakłócenia znajdują się w górnej części widma, możemy je wyeliminować przez użycie filtru dolnoprzepustowego. Niestety, w praktyce szum obejmuje również częstotliwości sygnału użytecznego i nie da się go usunąć w pełni.



Rys. 9. Widma sygnałów obu nadawców – *A* i *B* – przy ustalonym podziale częstotliwości.



Rys. 10. Wykorzystanie filtrów pasmowych do wyboru sygnału od różnych nadawców.

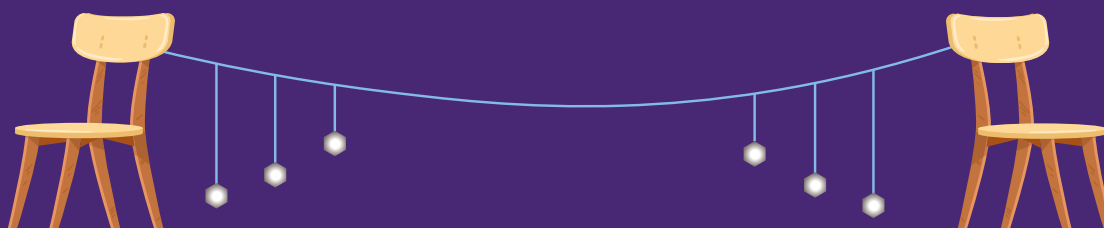


Rys. 11. Eliminowanie szumu z sygnału.



Doświadczenie

Rozwiń pomiędzy dwoma krzesłami gruby sznurek o długości ok. 1,5 m jak na Rys. 12. W pobliżu jednego z krzesel zawieś na sznurku trzy wahadła o różnych długościach (w zakresie od 20 do 60 cm) – mogą to być nakrętki zawieszane na cienkich nitkach lub żyłkach. Odstęp pomiędzy wahadłami powinien wynosić ok. 20 cm. Taki sam zestaw wahadeł zawieś w pobliżu drugiego z krzesel. Zwróć uwagę na to, by odpowiadające sobie wahadła w obu zestawach miały takie same długości, oraz by sznurek pomiędzy krzesłami nie był zbyt napięty.



Rys. 12. Doświadczenie z wahadłami. Rezonans mechaniczny.

1. Pobudź do ruchu najdłuższe wahadło w kierunku prostopadłym do sznurka. Zaobserwuj, co dzieje się z wahadłami w drugim zestawie.
2. Zatrzymaj wszystkie wahadła. Powtórz operację z punktu 1, ale tym razem pobudź pośrednie wahadło.
3. Zatrzymaj wszystkie wahadła. Powtórz operację z punktu 1, ale tym razem pobudź najkrótsze wahadło.
4. Zatrzymaj wszystkie wahadła. Wybierz dwa z wahadeł z jednego zestawu i pobudź je do wahań równocześnie. Czy wahadła z drugiego zestawu reagują tak, jak można się spodziewać?



Dyskusja. Ruch wahadła w jednym z zestawów pobudza do drgań sznurek, na którym zawieszony jest drugi zestaw. Wahania sznurka pełnią rolę wymuszenia, które napędza ruch wszystkich wahadeł. Wymuszenie jest najbardziej efektywne w warunkach rezonansu, czyli w przypadku, gdy jego częstotliwość równa się częstotliwości drgań własnych. Oznacza to, że najbardziej pobudzane jest wahadło o tej samej długości, co wahadło wymuszające ruch. Pozostałe wahadła również wpadają w niewielkie drgania, jednak ich amplituda jest niewielka i okresowo ulega wytłumieniu na skutek niezgodności częstotliwości wymuszenia z częstotliwością drgań własnych danego wahadła. Mamy tu do czynienia z tzw. **rezonans mechanicznym** w przeciwieństwie do rezonansu elektrycznego zachodzącego w drgających obwodach elektrycznych.



Słowniczek

Drgania własne – ruch wykonywany przez układ drgający po jednorazowym pobudzeniu. Odbywa się zwykle z charakterystyczną dla danego układu częstotliwością (w przypadku wahadła zależy ona od jego długości).

Filtracja – operacja polegająca na wyselekcjonowaniu obiektów o pożądanym cechach. Przykładem filtracji jest przesiewanie lub wybór określonych harmonicznych sygnału.

Filtr – urządzenie przeprowadzające filtrację. Może to być układ mechaniczny lub elektryczny.

Podział częstotliwości – przypisanie określonego pasma częstotliwości różnym użytkownikom.

Pasmo – określony zakres częstotliwości. Ciągły fragment widma sygnału.

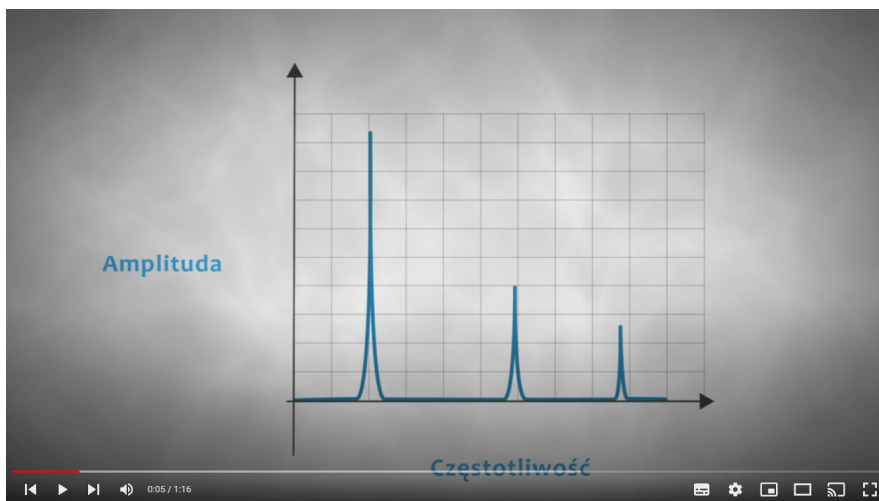
Rezonans – zjawisko zachodzące, gdy częstotliwość wymuszenia równa się częstotliwości drgań własnych układu. Dochodzi wtedy do maksymalnego pobudzenia układu drgającego.

Wymuszenie – siła pobudzająca układ drgający. Jeżeli jest to siła okresowa, jej częstość jest niezależna od częstotliwości drgań własnych układu. Wywołuje maksymalne efekt w warunkach rezonansu.



Materiały zewnętrzne

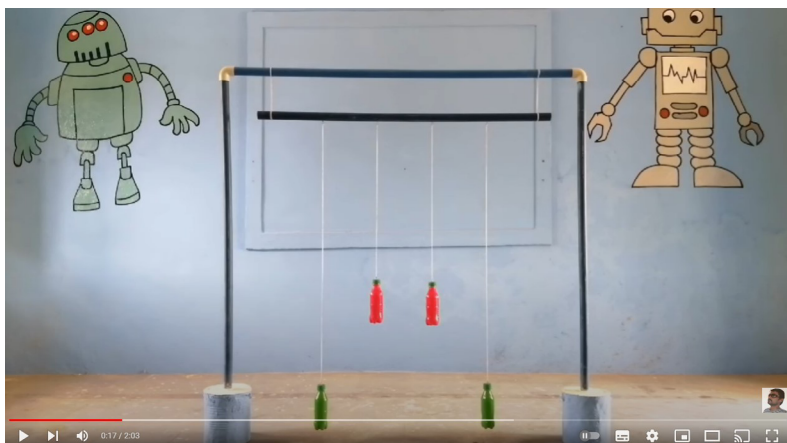
1. Filtracja sygnału.



Zeskanuj QR kod



2. Eksperyment z wahadłami obrazujący rezonans mechaniczny (tytuł filmu: *Resonant Pendulum | Science Experiments | science projects*).



Zeskanuj QR kod



Praca domowa

1. Masz do dyspozycji dwa filtry: górnoprzepustowy o częstotliwości granicznej f_5 i dolnoprzepustowy o częstotliwości granicznej f_8 . Czy da się za ich pomocą zbudować filtr pasmowy o zakresie f_5 i f_8 ?



2. Czy z sygnału prostokątnego (patrz Lekcja 4) o okresie T można w jakiś sposób uzyskać sygnał harmoniczny o tym samym okresie?

