

Lekcja 8

Modulacja fazowa i częstotliwościowa

Cel

- Przedstawienie podstawowej koncepcji modulacji fazowej (PM) i częstotliwościowej (FM) fali nośnej.

Efekty kształcenia

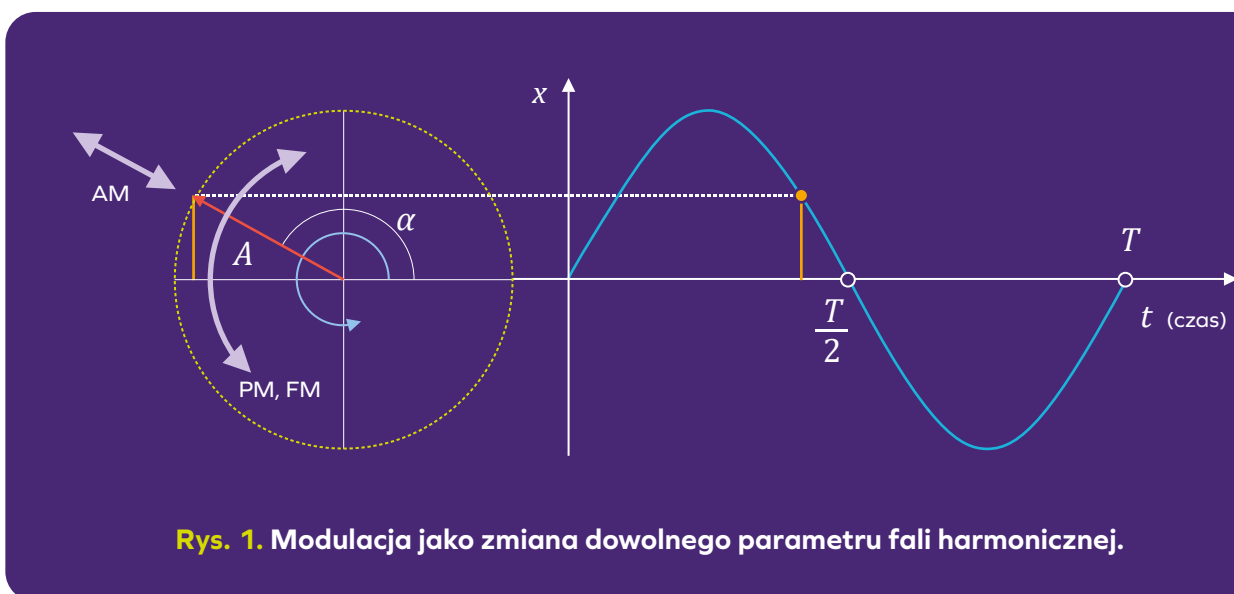
- Uczeń zna podstawowe typy modulacji fazowej i częstotliwościowej.
- Uczeń potrafi wyjaśnić budowę widma fali zmodulowanej fazowo sygnałem harmonicznym.
- Uczeń potrafi obliczyć pasmo sygnału zmodulowanego częstotliwościowo.



1. Koncepcja modulacji fazowej i częstotliwościowej

W Lekcji 7 wprowadziliśmy modulację amplitudową jako sposób na przesłanie sygnału niosącego informację przez zmianę amplitudy fali nośnej. Czy jest to jedyny sposób modyfikacji fali harmonicznnej? Oczywiście – nie. Pozostałe parametry fali harmonicznnej, czyli częstotliwość i faza, również mogą ulegać zmianie w zależności od zawartości informacyjnej sygnału.

Przypomnijmy sobie diagram kołowy przedstawiający ruch harmoniczny jako obraz jednostajnego ruchu punktu po okręgu lub obrotu wektora (Rys. 1). Modulację amplitudową (AM) możemy na takim diagramie wyrazić przez zmianę długości wektora. Ponieważ fazę możemy utożsamić z kątem obrotu α , zmiana fazy związana jest z modyfikacją tego kąta względem położenia wynikającego z ruchu jednostajnego. Taką zmianę będziemy nazywać **modulacją fazy**. Stosowana jest także skrótowa nazwa – **PM** (od nazwy angielskiej „*phase modulation*”).



Rys. 1. Modulacja jako zmiana dowolnego parametru fali harmonicznnej.

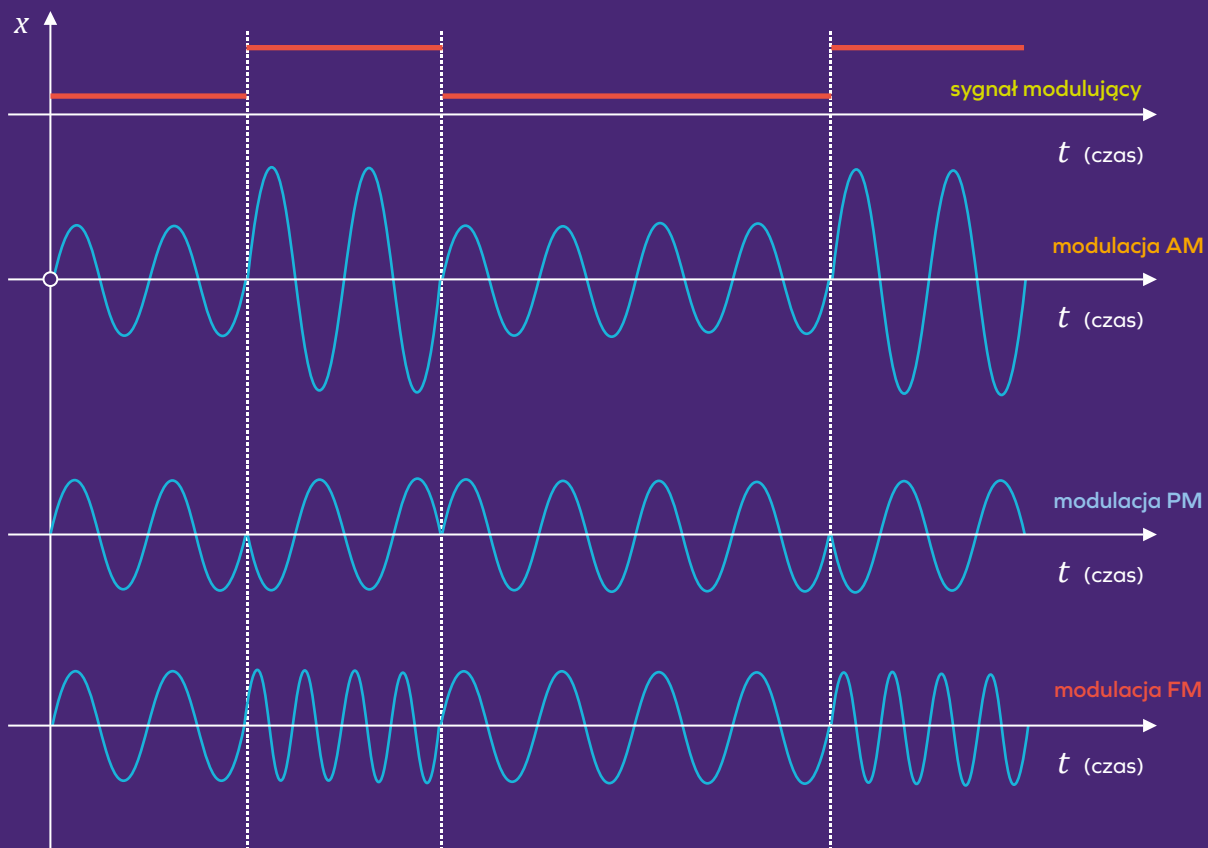
Częstotliwość, równa odwrotności okresu T obrotu, może być rozumiana jako prędkość zmiany fazy. Zmiana częstotliwości będzie zatem odpowiadać zmianie prędkości obrotu wektora na diagramie kołowym względem prędkości obrotu przypisanej fali nośnej. Modyfikację częstotliwości nazywać będziemy **modulacją częstotliwości** i oznaczać także jako – **FM** (od nazwy angielskiej „*frequency modulation*”).

W obu typach modulacji – PM i FM – amplituda zmodulowanego sygnału utrzymywana jest na tym samym poziomie.

2. Modulacja analogowa i cyfrowa

Wszystkie wprowadzone do tej pory techniki modulacji przedstawiono na Rys. 2 dla przypadku, w którym sygnał modulujący ma skończoną liczbę poziomów (w tym przykładzie konkretnie – 2). Mówimy wtedy o **modulacji cyfrowej** lub **kluczowaniu**. Szczególny

przypadek modulacji cyfrowej dla modulacji amplitudowej AM omówiliśmy już w Lekcji 7. Teraz możemy zobaczyć, jak ten sam sygnał steruje parametrami fali nośnej tak, by uzyskać poszczególne typy modulacji – AM, PM i FM.



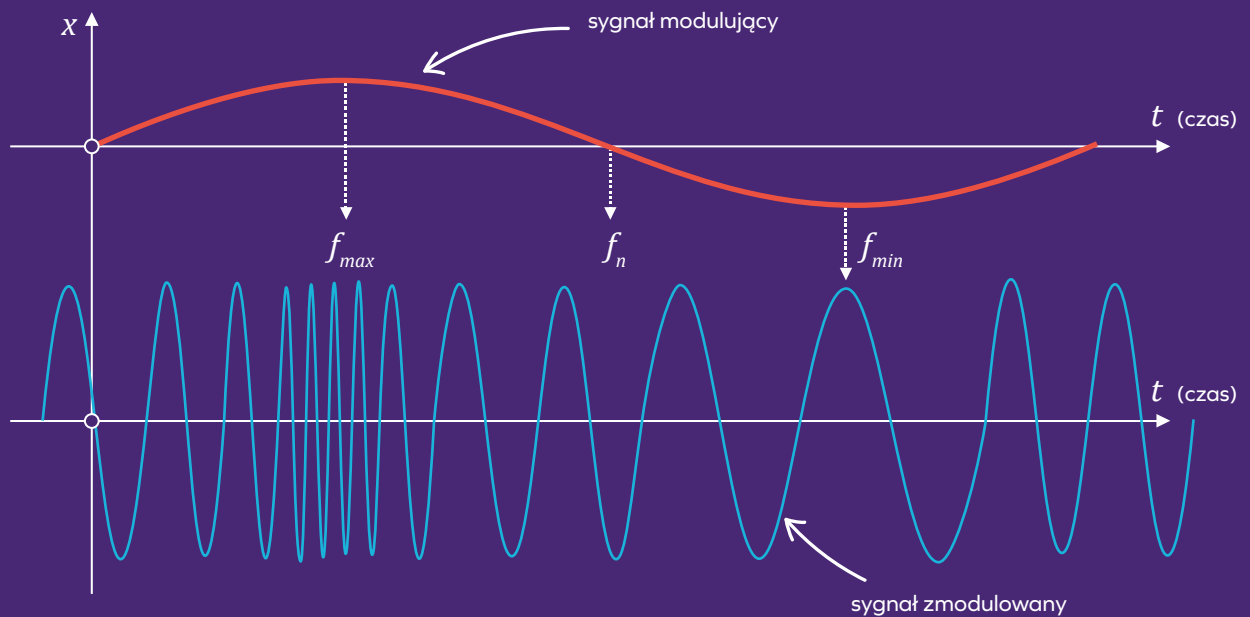
Rys. 2. Różne techniki modulacji cyfrowej (kluczowania).

Jak widzimy, sygnał modulowany amplitudowo posiada dwa różne poziomy amplitudy. Sygnał modulowany fazowo w zależności od poziomu sygnału zmienia swoją fazę o pewien ustalony kąt. Tutaj przyjęto, że dla dolnego poziomu sygnału modulującego faza cofana jest o 180° , zaś dla górnego poziomu przyspieszana o 180° – jest to równoważne zmianie fazy na przeciwną tzn. sygnał malejący zaczyna rosnąć, a rosnący – maleć (zwróć uwagę na nagłą zmianę zachowania sygnału w momentach zmiany poziomu sygnału modulującego). Inaczej mówiąc, zwrot wektora na diagramie kołowym zmienia się na przeciwny.

Dla kluczowania częstotliwości charakterystyczne jest przypisanie różnych częstotliwości sygnału różnym poziomom sygnału modulującego. Zauważmy, że modulacja fazy nie zmienia postaci sygnału nośnego (ma tę samą amplitudę i częstotliwość), powoduje jedynie przesunięcie go w czasie w momentach zmiany poziomu sygnału modulującego.

Efekt modulacji częstotliwości widać natomiast w dowolnym momencie czasu, nawet w długich odcinkach czasu, w których sygnał modulujący jest stały.

Zwróćmy uwagę, że w modulacjach PM i FM amplituda sygnału nie ulega zmianie.



Rys. 3. Przykład modulacji ciągłej (analogowej) FM.

Modulacja analogowa, czyli modyfikacja fali nośnej przez sygnał zmieniający się w sposób ciągły, przedstawiona jest na Rys. 3. Maksymalnej wartości sygnału modulującego przypisana jest pewna częstotliwość maksymalna f_{max} , minimalnej – częstotliwość minimalna f_{min} , zaś przy zerowej (neutralnej) wartości sygnału częstotliwość sygnału zmodulowanego równa jest częstotliwości nośnej f_n . Pomiędzy tymi wartościami częstotliwość sygnału zmodulowanego zmienia się w sposób płynny.

Różnicę między maksymalną wartością częstotliwości zmodulowanego sygnału a częstotliwością nośną nazywa się dewiacją częstotliwości i oznacza przez Δf :

$$\Delta f = f_{max} - f_n$$

Dewiacja częstotliwości mówi nam o tym, jak bardzo częstotliwości pojawiające się w sygnale zmodulowanym oddalają się od częstotliwości nośnej. Mieszczą się one w przedziale od $f_n - \Delta f$ do $f_n + \Delta f$.

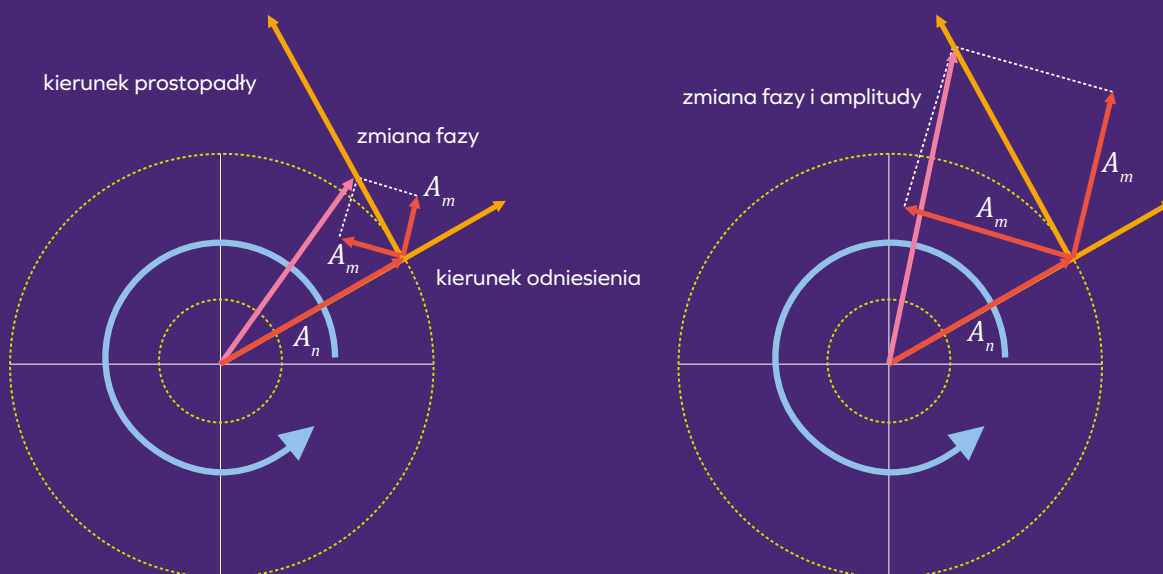
Szczególnie ważną wartością odniesienia (zobaczymy to przy analizie widma zmodulowanego sygnału), jest częstotliwość sygnału modulującego f_m . Jeżeli dewiacja częstotliwości jest mniejsza od częstotliwości sygnału modulującego, tzn. $\Delta f < f_m$, to mamy do czynienia z **modulacją FM wąskopasmową**. W przeciwnym przypadku – z **modulacją FM szerokopasmową**.

Wybór dewiacji częstotliwości jest w dużym stopniu swobodny, niezależny od częstotliwości nośnej sygnału i podyktowany głównie względami wrażliwości transmisji na zakłócenia. Będziemy o tym mówić bardziej szczegółowo w Lekcji 9.

3. Modulacja PM na diagramach wektorowych

Czy modulację PM i FM sygnałem harmonicznym można przedstawić poglądowo na diagramach wektorowych tak, jak to zrobiliśmy w Lekcji 7 dla modulacji AM? Niestety, taka analiza PM i FM jest znacznie bardziej skomplikowana. Może być przeprowadzana w ten sposób tylko dla modulacji PM i to w szczególnym przypadku, gdy modyfikacje faz są relatywnie niewielkie.

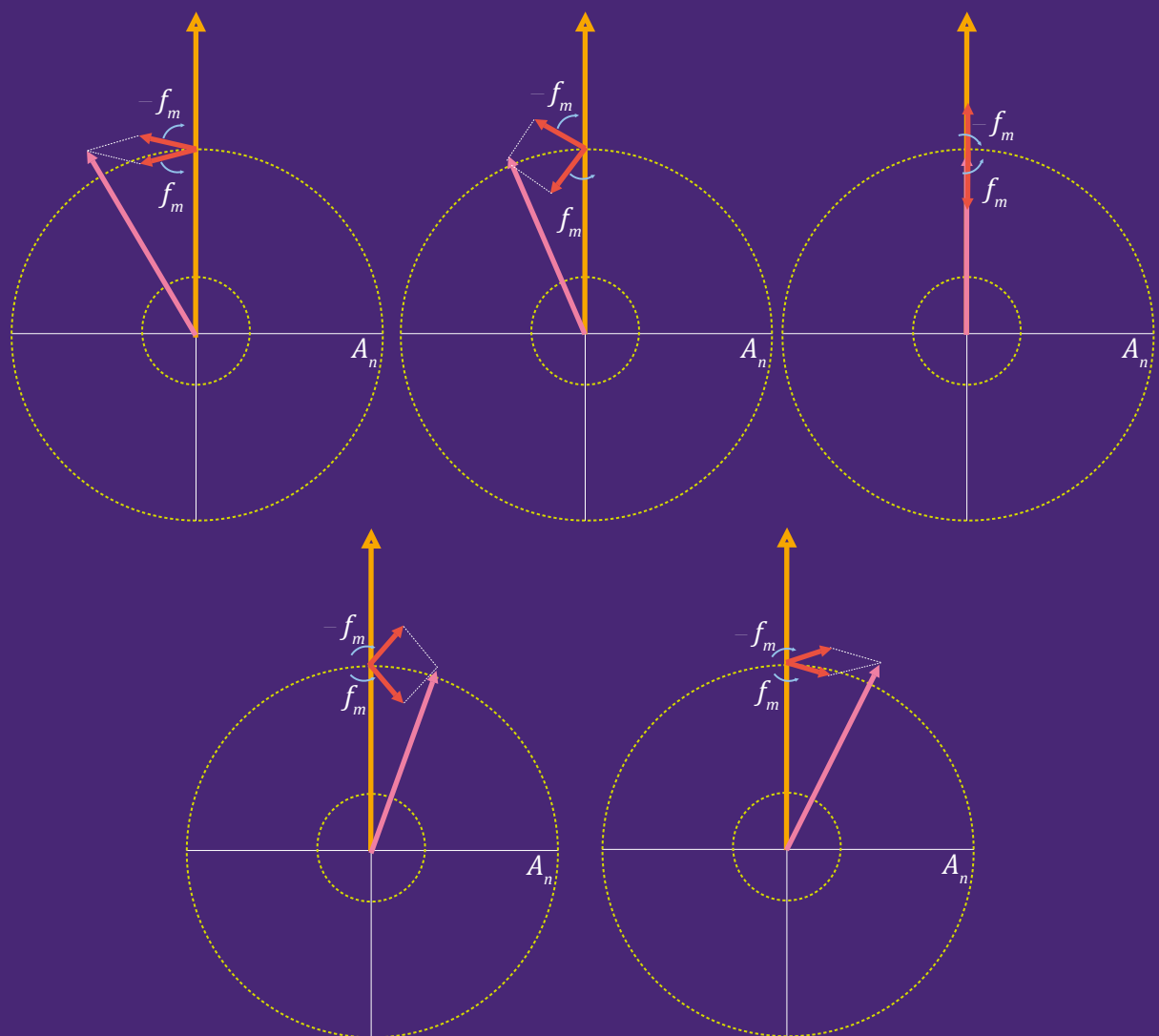
Zobaczmy, z czego to wynika. Przypomnijmy sobie Rys. 7b w Lekcji 7. Wprowadziliśmy tam parę dodatkowych wektorów reprezentujących sygnał modulujący, których zadaniem była modyfikacja tylko długości wektora odpowiadającego sygnałowi zmodulowanemu, dzięki czemu osiągnęliśmy efekt modulacji amplitudy. Gdybyśmy chcieli zrobić coś podobnego dla modulacji fazy, długość wektora wypadkowego powinna być stała, natomiast zmianie powinien podlegać jego kierunek. Oznacza to, że suma wprowadzonej pary wektorów powinna być skierowana prostopadłe do kierunku odniesienia – patrz Rys. 4 (po lewej; zwróć uwagę, że dla większej poglądowości zaczęliśmy parę wektorów na końcu wektora sygnału nośnego, a nie w środku okręgu).



Rys. 4. Diagramy wektorowe obrazujące modulację fazy dla małej (po lewej) oraz dużej głębokości modulacji (po prawej).

Czy osiągamy w ten sposób zmianę kierunku wektora wypadkowego bez zmiany amplitudy? Niezupełnie. Łatwo zauważyć, że koniec wektora wypadkowego nie może leżeć na okręgu sygnału nośnego – wykracza poza niego i to tym bardziej, im większa jest amplituda sygnału modulującego tzn. im większa jest zmiana fazy (inaczej – im większa jest tzw. głębokość modulacji). Jeżeli zmiana fazy jest niewielka, możemy przyjąć, że nasz cel został w przybliżeniu spełniony i dochodzi tylko do zmiany fazy. W przeciwnym razie, jak pokazuje Rys. 4 po prawej stronie, zmiana amplitudy jest znacząca i wprowadzony przez nas model modulacji PM nie może być uznany za poprawny.

Założmy zatem, że głębokość modulacji fazy jest niewielka i przyjrzyjmy się kilku etapom modulacji fazy na wykresie analogicznym do Rys. 8 w Lekcji 7. Tak jak w tamtym przypadku uzyskaliśmy cykliczną zmianę amplitudy z pożądaną częstotliwością f_m , tak tutaj uzyskujemy zmianę fazy z pomijalną zmianą amplitudy (Rys. 5).

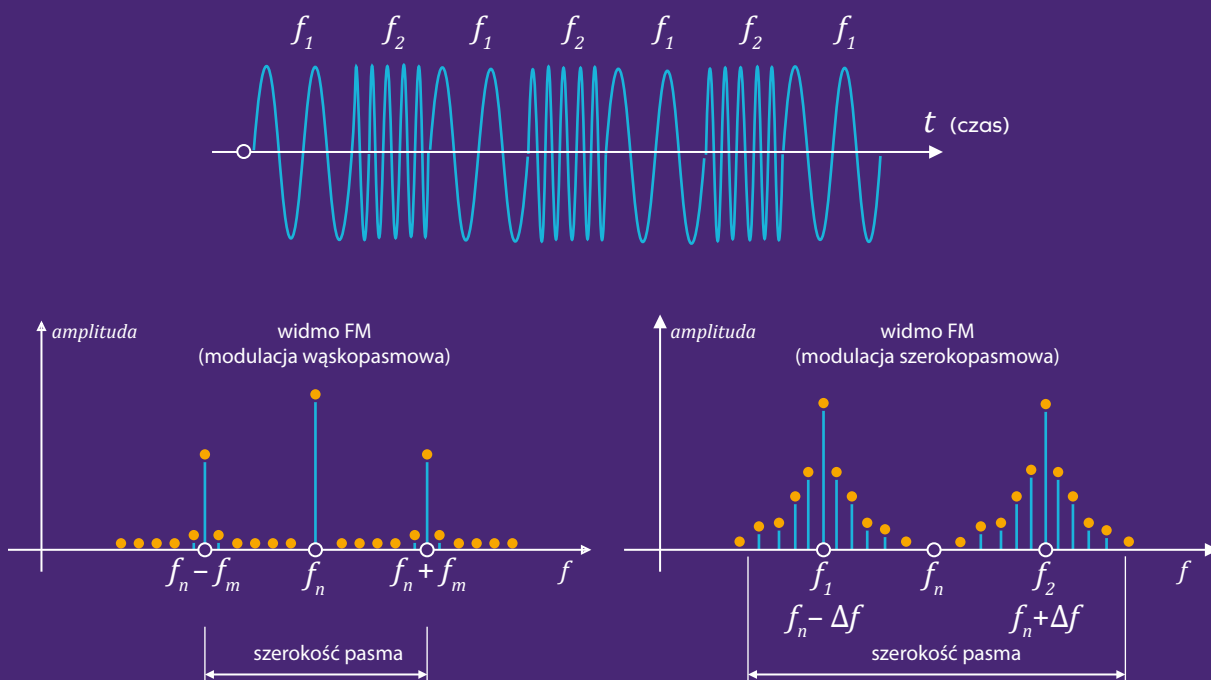


Rys. 5. Diagramy wektorowe obrazujące kilka wybranych etapów modulacji fazy.

Co tak naprawdę oznacza niewielka zmiana amplitudy na diagramach wektorowych? Że jedna para wektorów reprezentujących sygnał modulujący nie wystarczy do uzyskania wyłącznie zmiany fazy. Tak naprawdę trzeba tych par nieskończenie wiele, ale amplitudy im przypisane bardzo szybko maleją. Dlatego widmo PM nie ogranicza się tylko do dwóch dodatkowych, symetrycznie rozmieszczonych prążków, jak w przypadku modulacji AM (patrz Rys. 9 w Lekcji 7). Aczkolwiek, przy niezbyt głębokiej modulacji widma te są niemal identyczne.

4. Widmo sygnału FM

Założmy, że zmodulowany sygnał zawiera dwie częstotliwości f_1 i f_2 oddalone o Δf od częstotliwości nośnej f_n . Postać widma takiego sygnału uzależniona jest od tego, czy modulacja jest wąskopasmowa czy szerokopasmowa (Rys. 6).



Rys. 6. Sygnał zmodulowany częstotliwościowo oraz jego widmo przy modulacji wąskopasmowej i szerokopasmowej.

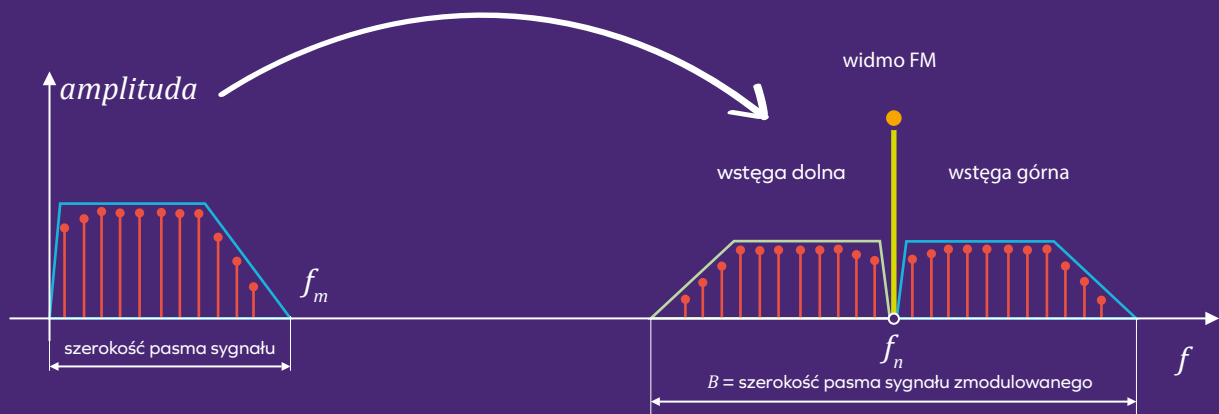
W pierwszym przypadku, dewiacja częstotliwości jest znacznie mniejsza od częstotliwości sygnału modulującego i zmienność sygnału w czasie podyktowana jest głównie tempem zmiany sygnału modulującego. Dlatego w widmie zobaczymy dwa silne, symetrycznie położone prążki o częstotliwościach $f_n - f_m$ oraz $f_n + f_m$, podobnie jak dla modulacji AM (Rys. 6, po lewej).

Kiedy dewiacja częstotliwości jest duża, czyli częstotliwości f_1 i f_2 wyraźnie odbiegają od częstotliwości sygnału modulującego f_m , to właśnie one decydują o zawartości

widmowej sygnału zmodulowanego. Pojawia się przy tym wiele innych prążków, bo trzeba wiele sygnałów harmonicznycych o różnych częstotliwościach, by po ich zsumowaniu uzyskać przebieg czasowy pokazany na Rys. 6. Chociaż szerokość widma FM jest w zasadzie nieskończona, amplituda prążków poza pewnym przedziałem jest tak niewielka, że w praktyce można ich nie brać pod uwagę.

Komentarz. Jeżeli nie jest to intuicyjne, bo na pierwszy rzut oka przebieg czasowy z Rys. 6 zawiera tylko dwie częstotliwości, przypomnij sobie widmo sygnału prostokątnego z Lekcji 4. Sygnał ten przez połowę okresu jest stały, w drugiej połowie także (choć przy innej wartości), a jednak zawiera on nieskończoną liczbę harmonicznycych o dowolnie dużych częstotliwościach. Sygnały harmoniczne składające się na widmo są bardzo prostymi przebiegami w czasie – mają tę samą amplitudę i częstotliwość w każdej chwili czasowej. Uzyskanie za ich pomocą sygnału prostokątnego czy przebiegu z Rys. 6, bardzo odbiegających w swym charakterze od monotonnego zachowania fali harmonicznycych, wymaga użycia ogromnej liczby sygnałów składowycych.

W Lekcji 7 pokazaliśmy, że modulacja AM przenosi widmo sygnału w okolice częstotliwości nośnej, a pasmo sygnału ulega podwojeniu w wyniku utworzenia dwóch wstęg – dolnej i górnej. Podobne zjawisko obserwujemy w modulacji FM (Rys. 7).



Rys. 7. Przesunięcie widma sygnału po modulacji częstotliwościowej.

Mimo znacznie bardziej skomplikowanej sytuacji z modulacją FM okazuje się, że da się całkiem łatwo obliczyć przybliżoną szerokość B pasma sygnału zmodulowanego FM korzystając z tzw. reguły Carsona (czytaj: Karsona):

$$B = 2(f_m + \Delta f)$$

gdzie za f_m podstawiamy maksymalną częstotliwość w sygnale niosącym informację, a Δf jest maksymalną dewiacją częstotliwości. Widzimy zatem, że przy małych wartościach

dewiacji Δf uzyskujemy w przybliżeniu podwojenie szerokości pasma sygnału, tak jak w modulacji AM.



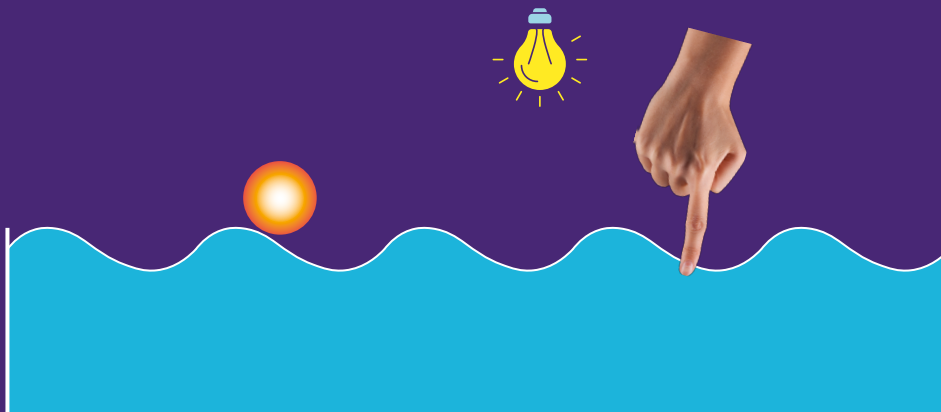
Doświadczenie

Doświadczenie demonstrujące modulację FM przeprowadzimy podobnie, jak w Lekcji 7.

Przygotuj duży pojemnik z wodą, może być płytki, ważne tylko, by jego ściany były znacznie od siebie oddalone. W warunkach domowych może to być wanna z niewielką ilością wody. Zbiornik powinien być od góry oświetlony tak, by wyraźnie było widać na dnie zbiornika cień fal na powierzchni wody.

Na powierzchni wody, z dala od ścian, umieść kulkę styropianową lub piłeczkę pingpongową (Rys. 8). W pewnym oddaleniu od piłeczki dotknij powierzchni wody. Na dnie powinien być widoczny cień kuliście rozchodzącej się fali powierzchniowej, która dociera do piłeczki i lekko ją unosi.

1. Zaczynaj rytmicznie dotykać powierzchni wody starając się, by za każdym razem zanurzać palec na podobną, niewielką głębokość. Zaobserwuj rozchodzącą się falę. Co dzieje się z piłeczką?
2. Nadal rytmicznie dotykaj powierzchni wody, ale co jakiś czas zmieniaj tempo poruszania dłonią, przy zachowaniu tej samej głębokości zanurzenia palca. Czy mamy do czynienia z modulacją? Jakiego rodzaju? Jak na zmieniającą się falę reaguje piłeczka?
3. Oddziel nieprzezroczystą przegrodą umieszczoną nad wodą miejsce, w którym dotykasz powierzchnię wody, od miejsca, w którym znajduje się piłeczka. Twój kolega po drugiej stronie zbiornika niech obserwuje piłeczkę, a przegroda powinna uniemożliwić mu obserwację twojej dłoni. Czy kolega jest w stanie rozpoznać tempo, w którym pobudzasz fale, tylko i wyłącznie dzięki obserwacji ruchów piłeczki? Czy można dzięki temu przesłać jakąś informację.



Rys. 8. Doświadczenie z modulacją częstotliwościową fal na powierzchni wody.



Słowniczek

Dewiacja częstotliwości – różnica między maksymalną wartością częstotliwości zmodulowanego sygnału a częstotliwością nośną.

FM – skrótowa nazwa modulacji częstotliwościowej (ang. *frequency modulation*).

Modulacja częstotliwości – modulacja polegająca na zmianie częstotliwości fali nośnej w czasie.

Modulacja fazy – modulacja polegająca na zmianie fazy fali nośnej w czasie.

Modulacja szerokopasmowa – modulacja FM, w której dewiacja częstotliwości jest większa od częstotliwości sygnału modulującego.

Modulacja wąskopasmowa – modulacja FM, w której dewiacja częstotliwości jest mniejsza od częstotliwości sygnału modulującego.

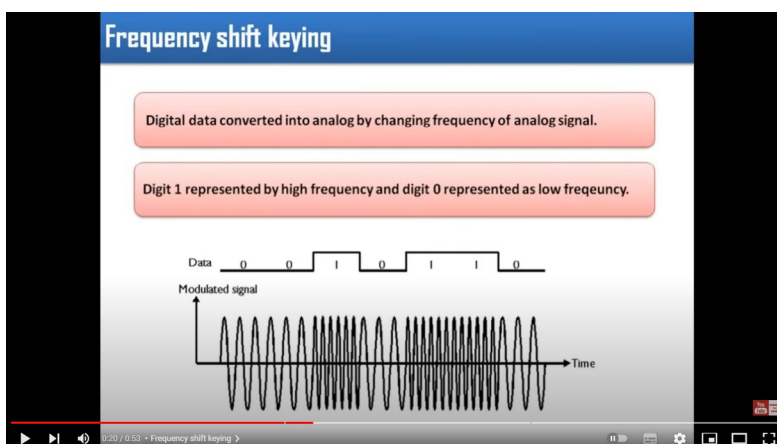
PM – skrótowa nazwa modulacji fazowej (ang. *phase modulation*).

Reguła Carsona – wzór pozwalający obliczyć szerokość pasma sygnału zmodulowanego FM na podstawie maksymalnej częstotliwości sygnału modulującego i maksymalnej dewiacji częstotliwości.



Materiały zewnętrzne

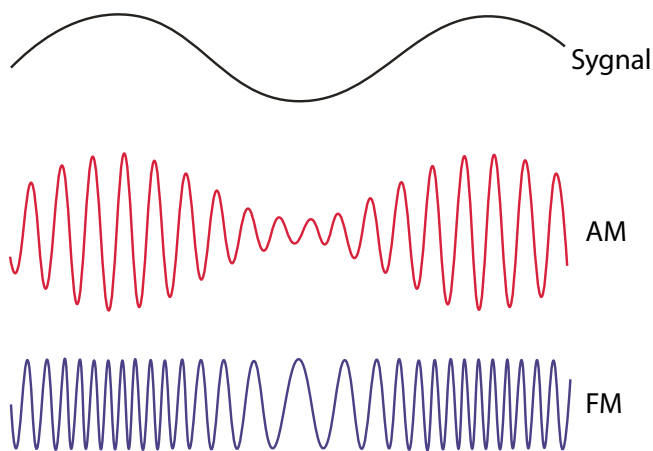
1. Animacja obrazująca cyfrową modulację AM, FM i PM (Tytuł filmu: *Animation of Digital modulation - Amplitude, Frequency and Phase shift keying*).



Zeskanuj QR kod



2. Animowany obraz modulacji AM, FM przez sygnał harmoniczny.



Zeskanuj QR kod

**Praca domowa**

1. Narysuj przykładową modulację FM umożliwiającą przesłanie wyniku trzykrotnego rzutu kostką – 3, 1, 2. Ile różnych częstotliwości należy użyć?
2. Sygnał zawierający próbkę utworu muzycznego mieści się w pasmie o maksymalnej częstotliwości $f_m = 15 \text{ kHz}$. Sygnałem tym zmodulowano FM falę nośną o częstotliwości 100 MHz tak, że maksymalna dewiacja częstotliwości równa jest 75 kHz. Jakiego typu jest to modulacja – wąsko czy szerokopasmowa? Jaka jest w przybliżeniu szerokość pasma sygnału zmodulowanego?

Dane:

$$f_m = 15 \text{ kHz}$$

$$\Delta f = 75 \text{ kHz}$$

$$f_n = 100 \text{ MHz}$$

Szukane:

$$B = ?$$