Rozwiązania zadań domowych

Lekcja 1. Zadanie 1.

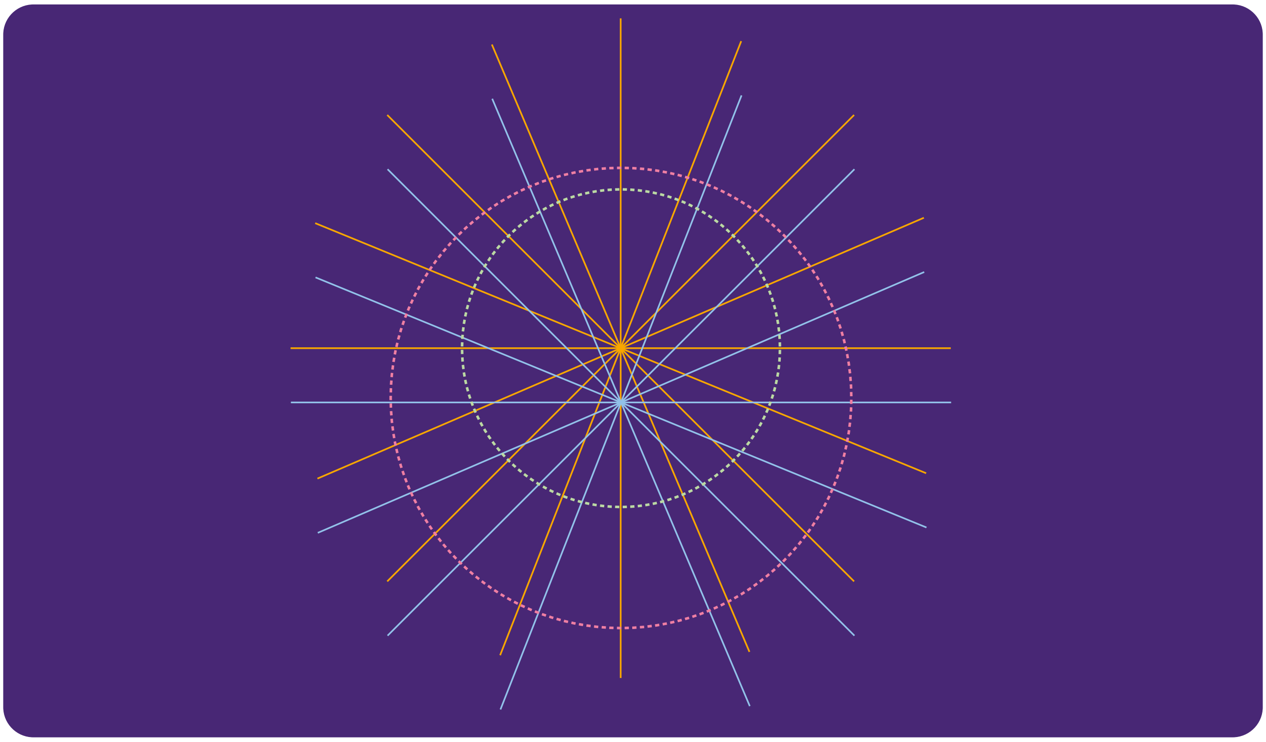
1. Sygnał elektryczny (mózg) – nadawca podejmuje decyzję o treści komunikatu.
2. Sygnał elektryczny (układ nerwowy) – mięśnie nadawcy pobudzane są przez impulsy powodując stukanie w ścianę.
3. Sygnał wibracyjny (ściana) – materiał, z którego zbudowana jest ściana drga pod wpływem uderzeń.
4. Sygnał akustyczny (fala dźwiękowa w powietrzu) – drgania ściany przenoszą się na drgania powietrza po drugiej stronie ściany.
5. Sygnał wibracyjny (błona bębenkowa w uchu) – sygnał dociera do ucha drugiej osoby.
6. Sygnał elektryczny (układ nerwowy) – komunikat wysyłany jest do mózgu drugiej osoby.
7. Sygnał elektryczny (mózg) – zmiana kodowania (stukanie trzeba przekształcić na mruganie latarką).
8. Sygnał elektryczny (układ nerwowy) – mięśnie drugiej osoby pobudzane są do naciskania przycisku latarki.
9. Sygnał elektryczny (układ elektryczny latarki) – wciskany przycisk powoduje przyłożenie napięcia elektrycznego do żarówki.
10. Sygnał świetlny (żarówka) – żarówka emituje sygnał w postaci światła.

Lekcja 2. Zadanie 1.

r	1	2	5	10	100	1000
$1/r$	1	0,5	0,2	0,1	0,01	0,001
$1/r^2$	1	0,25	0,04	0,01	0,0001	0,000001

Widzimy, że przy wzroście r czynnik $1/r^2$ maleje wyraźnie szybciej niż $1/r$ i to tym bardziej im r jest większe. W dużej odległości od ładunku wartość natężenia pola obliczona z prawa Coulomba (zmienność $1/r^2$) staje się nieistotna w porównaniu z wartością natężenia w obszarze fali EM (zmienność $1/r$).

Lekcja 2. Zadanie 2.



Lekcja 3. Zadanie 1.

Korzystając z podstawowego wzoru:

$$v = \lambda f$$

przekształcamy go do postaci:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Podstawiamy dane:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340\ \text{m/s}}{261{,}6\ \text{Hz}} = 1{,}3 \frac{\text{m/s}}{1/\text{s}} = 1{,}3\ \text{m}$$

Lekcja 3. Zadanie 2.

Korzystamy ze wzoru na rozmiar anteny:

$$l = \frac{\lambda}{2}$$

Przyjmujemy w nim równość, gdyż chodzi nam o najmniejszą możliwą długość anteny.

Ze wzoru na długość fali:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{f}$$

mamy

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 261{,}6 \text{ Hz}} \approx 5{,}73 \cdot 10^5 \text{ m} \approx 573 \text{ km!}$$

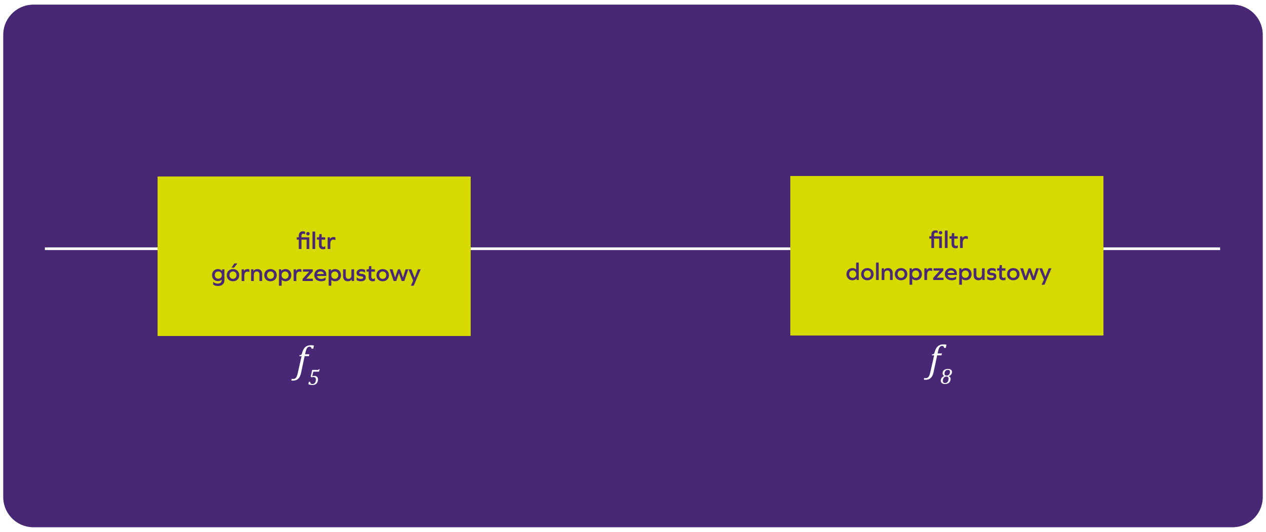
Efektywne nadawanie fal EM o tak małej częstości wydaje się praktycznie nie do zrealizowania!

Lekcja 4. Zadanie 1.

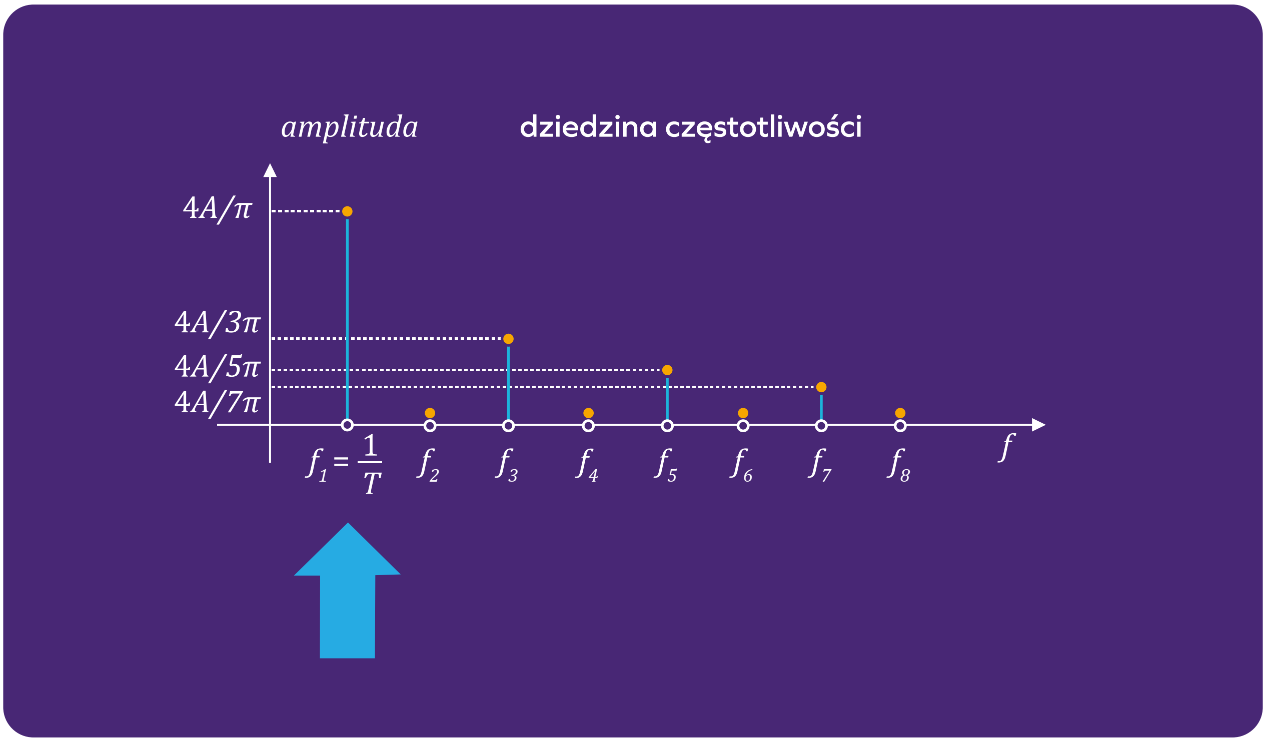
1 b, 2 c, 3 a.

Lekcja 5. Zadanie 1.

Tak, jest to możliwe. Sygnał możemy najpierw przetworzyć filtrem górnoprzepustowym o częstotliwości granicznej f_5; zostaną w nim wtedy tylko częstotliwości powyżej f_5 (włącznie). Przetworzony sygnał przepuszczamy następnie przez filtr dolnoprzepustowy o częstotliwości granicznej f_8. Usunięte zostaną wtedy harmoniczne poniżej f_8. Zostaną zatem dokładnie te harmoniczne z zakresu od f_5 do f_8.



Lekcja 5. Zadanie 2.



Tak. Wystarczy użyć filtru dolnoprzepustowego o częstości granicznej $f = 1/T$, ewentualnie filtru pasmowego obejmującego zakresem właśnie tę częstotliwość, ale nie sięgającego do $f_2 = 2f_1$ (czyli drugiej harmonicznej).

Jak pokazaliśmy w Lekcji 4, widmo sygnału prostokątnego (patrz niżej) zawiera harmoniczną f_1 o częstotliwości $f_1 = 1/T$, która ma dokładnie pożądany okres.

Lekcja 6. Zadanie 1.

Korzystając ze wzoru wiążącego długość fali, częstotliwość oraz prędkość fali:

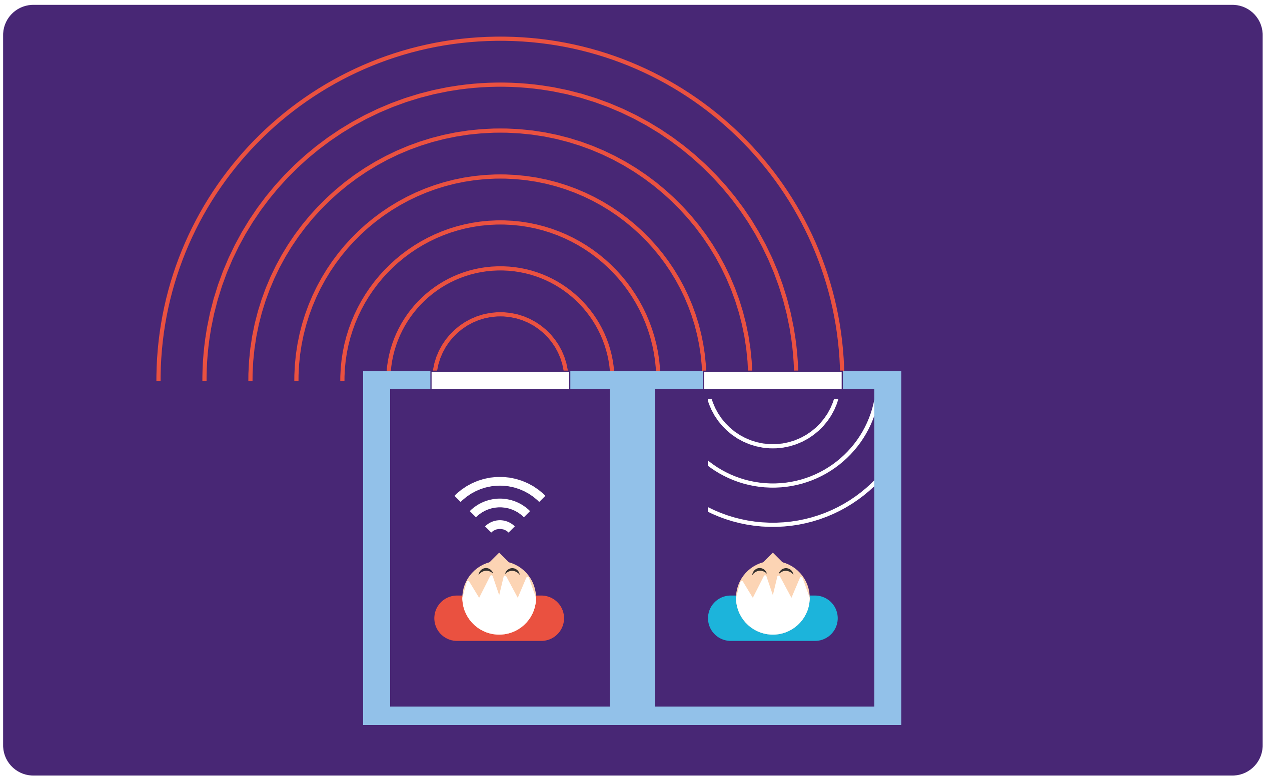
$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340\ \mathrm{m/s}}{0{,}02\ \mathrm{m}} = 17000\ \mathrm{Hz} = 17\ \mathrm{kHz}$$

Jest to częstotliwość na granicy słyszalności człowieka. W praktyce, aby zmniejszyć wpływ dyfrakcji nietoperze emitują ultradźwięki o częstotliwości sięgającej nawet $200\,\mathrm{kHz}$.

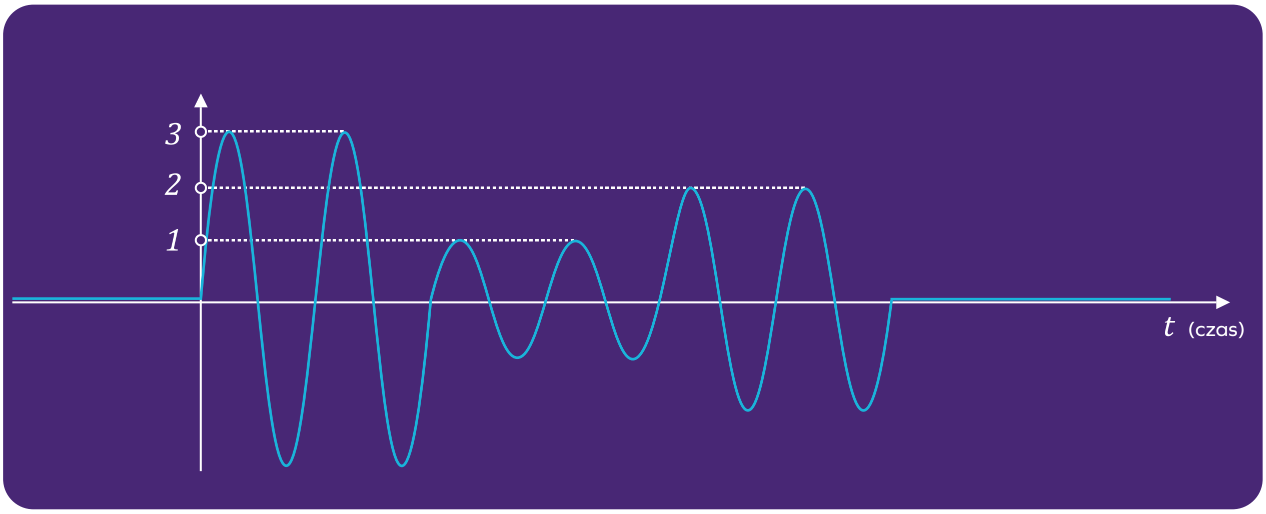
Lekcja 6. Zadanie 2.

Fala akustyczna ulega dyfrakcji na krawędziach okna i rozchodzi się wzdłuż ściany, po czym ulega kolejnej dyfrakcji na krawędzi drugiego okna, analogicznie jak na Rys. 5.

W efekcie dociera do odbiorcy w sąsiednim pomieszczeniu (oczywiście, ze znacznie mniejszą amplitudą).

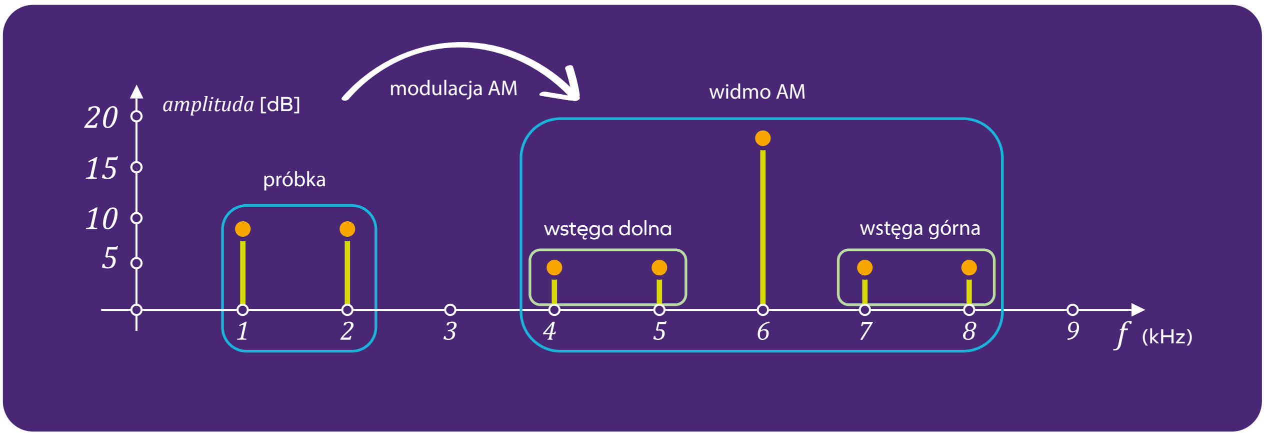


Lekcja 7. Zadanie 1.



Każdemu wynikowi rzutu kostką odpowiada jeden poziom amplitudy. Formalnie jednak powinniśmy jeszcze uwzględnić poziom 0, przy którym żadna informacja nie jest przesyłana. Rozpoznanie niezerowej wartości sygnału pozwala nam stwierdzić, że rozpoczęło się przesyłanie informacji użytecznej.

Lekcja 7. Zadanie 2.

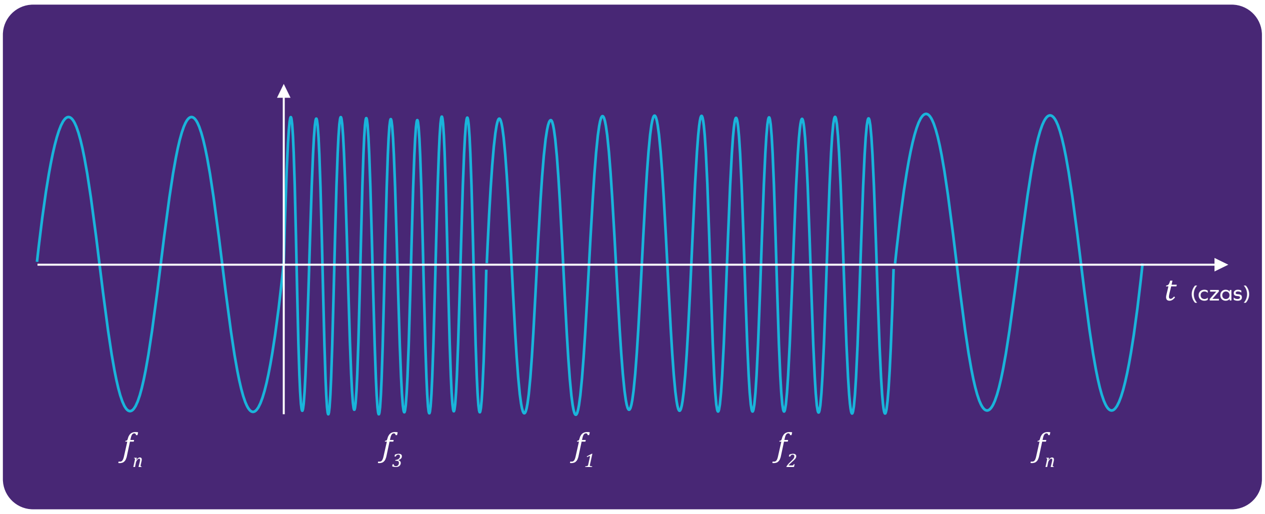


Obie składowe sygnału pojawiają się w widmie sygnału zmodulowanego jako para prążków rozmieszczonych symetrycznie względem częstości nośnej z amplitudą zmniejszoną o połowę. Ich częstotliwości wyliczamy jako:

$$\begin{cases} 6\ \text{kHz} + 1\ \text{kHz} = 7\ \text{kHz} \\ 6\ \text{kHz} - 1\ \text{kHz} = 5\ \text{kHz} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6\ \text{kHz} + 2\ \text{kHz} = 8\ \text{kHz} \\ 6\ \text{kHz} - 2\ \text{kHz} = 4\ \text{kHz} \end{cases}$$

Lekcja 8. Zadanie 1.



Oprócz częstotliwości nośnej wprowadzamy trzy różne wartości częstotliwości f_1, f_2 i f_3, które przypisujemy do odpowiedniego wyniku rzutu kostką.

Lekcja 8. Zadanie 2.

Typ modulacji sprawdzamy przez porównanie dewiacji częstotliwości z częstotliwością sygnału modulującego (tutaj – sygnału z próbką utworu muzycznego). Ponieważ w naszym przypadku:

$$\Delta f > f_m$$

a ponadto nierówność zdecydowanie przeważa na korzyść dewiacji częstotliwości, mamy tu z pewnością do czynienia z modulacją szerokopasmową.

Korzystając z reguły Carsona obliczamy szerokość B pasma sygnału zmodulowanego:

$$B = 2(f_m + \Delta f) = 2(15 + 75) = 180\ [\text{kHz}]$$

Wartość częstotliwości nośnej nie ma znaczenia dla zadanych pytań.

Lekcja 9. Zadanie 1.

Kiedy w Lekcji 3 rozwiązaliśmy to zadanie (bez modulacji) doszliśmy do następującego oszacowania długości anteny:

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{2 \cdot 261{,}6\ \text{Hz}} \approx 5{,}73 \cdot 10^5\ \text{m} \approx 573\ \text{km!}$$

Co zmienia tutaj modulacja AM? Jak pamiętamy z Lekcji 7, widmo sygnału uzyskanego przez modulację fali nośnej harmonicznym sygnałem o częstotliwości f zawiera dwa symetrycznie rozmieszczone prążki o częstotliwościach $f_n - f$ oraz $f_n + f$. Ponieważ z warunków zadania wynika, że częstotliwość nośna jest przytłaczająco większa od częstotliwości f sygnału modulującego, możemy z bardzo dobrym przybliżeniem przyjąć, że całe widmo sygnału skupia się praktycznie przy częstotliwości f_n.

Zatem po modulacji:

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{2 \cdot 2 \cdot 10^9\ \text{Hz}} = 7{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 7{,}5\ \text{cm}$$

Chyba każdy się zgodzi, że antena o tej długości jest nieco łatwiejsza w konstrukcji.

Lekcja 9. Zadanie 2.

Wprowadzenie kolejnego bitu podwoi liczbę poziomów – każdy z poziomów w kolumnie „bit 3” zostanie przepołowiony i czwarty bit będzie informował, która z połówek powinna być wybrana. Zatem będziemy mieli do czynienia z 16 poziomami.

Ponieważ dla jednego bitu mamy 2 poziomy, dla dwóch 4, dla trzech 8, a dla czterech 16 i każdy kolejny bit będzie podwajał liczbę poziomów, łatwo odgadnąć ogólny wzór:

$$l.poz. = 2^N$$

Zauważmy, że np. przy N = 24 bitach:

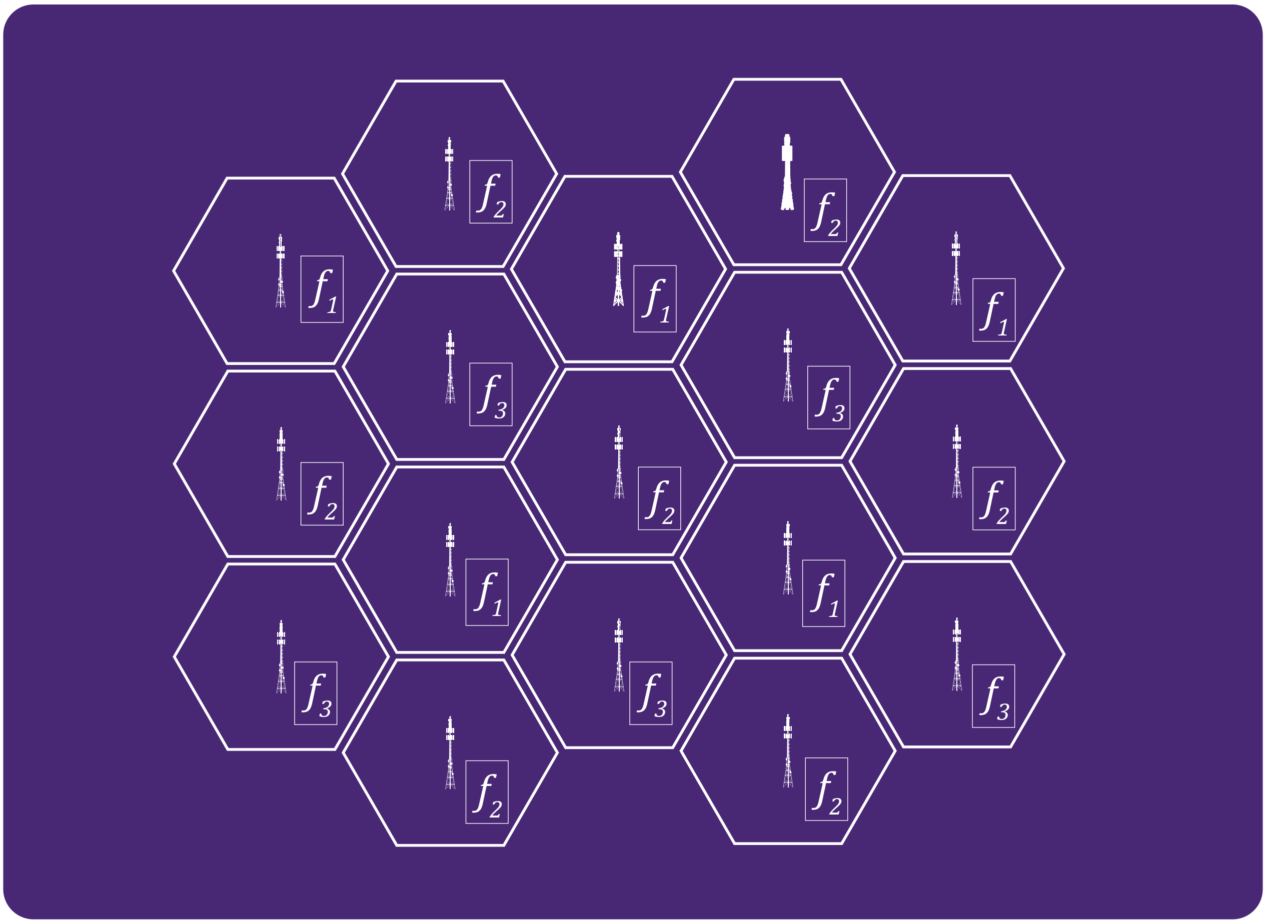
$$l.poz. = 2^{24} = 16777216$$

Próbki skwantowane tak gęsto mogą w praktyce być nieodróżnialne od oryginalnych.

Lekcja 10. Zadanie 1.

Zadanie nie może być zrealizowane z wykorzystaniem tylko dwóch kanałów. Jeżeli przypiszemy kanał f_1 do danej komórki, to każda z komórek sąsiednich musiałaby mieć przypisany kanał f_2. Dwie stykające się komórki z sąsiedztwa miałaby wtedy przypisany ten sam kanał, a to narusza warunki zadania.

Natomiast trzy kanały wystarczą. Poniższy rysunek przedstawia jeden z możliwych podziałów.



Lekcja 10. Zadanie 2.

Korzystamy ze wzoru na częstotliwość minimalną w pasmie sygnału zmodulowanego:

$$f_{\min} = \frac{c}{2l} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 1 \text{ m}} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

Częstotliwość nośna jest równa częstotliwości minimalnej powiększonej o szerokość wstęgi dolnej sygnału zmodulowanego. W przypadku modulacji AM szerokość obu wstęg równa jest dokładnie szerokości pasma sygnału modulującego. Zatem:

$$f_n = f_{\min} + B = 1{,}5\cdot 10^8\ \mathrm{Hz} + 5\cdot 10^7\ \mathrm{Hz} = 1{,}5\cdot 10^8\ \mathrm{Hz} + 0{,}5\cdot 10^8\ \mathrm{Hz} = 2\cdot 10^8\ \mathrm{Hz}$$

$$f_n = 200\ \mathrm{MHz}$$

Należy zatem użyć częstotliwości nośnej równej przynajmniej $200\ \mathrm{MHz}$.

Lekcja 11. Zadanie 1.

Do jonizacji dojdzie, gdy energia fotonu o częstotliwości f będzie co najmniej równa energii jonizacji. Przekształćmy wzór na energię fotonu:

$$E = hf \quad \rightarrow \quad f = \frac{E}{h}$$

Zatem:

$$f = \frac{E_j}{h} = \frac{2{,}2\cdot 10^{-18}\ \mathrm{J}}{6{,}6\cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}} = 3{,}3\cdot 10^{15}\ \mathrm{Hz}$$

Jest to zakres promieniowania ultrafioletowego.